

# 算数・数学学習における Logo プログラミング

杉野裕子

Logo Programming in Mathematics Learning

Yuko SUGINO

皇學館大学教育学部研究報告集 第2号

平成22年3月

# 算数・数学学習における Logo プログラミング

杉野裕子

## 1. はじめに

これまでの20数年、プログラミングが子どもの概念形成や思考にどのように寄与し得るかという視点から、算数・数学の授業におけるLogoプログラミングの活用について研究をしてきた。この間社会情勢や教育情勢が変化し、コンピュータの進化および家庭や学校への普及が進んだ。

1980年代にコンピュータ（パソコン）が一般人に入手可能になった頃から経済的バブルが崩壊する時期まで、文部省の管轄の下、学校でのコンピュータ利用が実験的に行われていた。しかし、当時のプロジェクトが開発したもので、今なお使い続けられているものは少ない。GC（Geometric Constructor）の開発者である飯島が、数学教育学会の席で“沈黙の10年”と称した、数学教育でのコンピュータ利用の新しい波や広がりが起こらなかった時期は、プロジェクトの消滅から21世紀初頭までに当たる。

その後、学校へのコンピュータ整備は徐々に進み、教育のICT化が進められようとしている。現場の教員が算数・数学の授業でコンピュータを利用している割合はまだ多くはないが、子どもの学びの改善に役立てようとする試みは、今後も続けられるであろう。

このような変化を見てきて、本当のところは、コンピュータの進化や普及ほどは授業での利用がされていない現状であるが、それでもなお、Logoプログラミングが算数・数学学習に意義があると考え続けている。この考えを支えているものは、近年の数学教育学の発展、とりわけ、数学的概念形成や理解の様相が、徐々に明らかにされてきていることに起因する。

そこで本稿では前半において、これまでのコンピュータ利用形態の変化を見ることによって、算数・数学教育におけるコンピュータ利用はどうあるべきかを考察する。その上で、プログラミング利用の位置づけをする。後半において、Logo 言語の良さの紹介に続いて、開発ソフトウェア「学校図形Logo」によるプログラミングを示しながら、図形概念形成のどの部分に寄与し得るかを述べる。

## 2. 算数・数学教育におけるコンピュータ利用

### (1) 初期のコンピュータ利用形態

80年代は、コンピュータが入手可能になったとはいえ、一部のマニアックな人の有する道具であった。コンピュータが設置されていない学校も多く、Logo プログラミングによる授業実践をする時は、旧式テレビの大きさのパソコンを1台持参して行った。大半の児童・生徒が、初めてのコンピュータに目を輝かせていたのが印象的であった。こういった状況の中、授業でのコンピュータ利用が模索され始めた。コンピュータ開発と教育利用の先進である米国の後を、日本が追いかけていた。

当時、Larry L. Hatfield (1984) は米国の、算数・数学におけるコンピュータ利用を以下のように分類した。

- ① Student programming：子どもがコンピュータプログラミングをする。コンピュータアルゴリズムを作ることによって、多くの数学的な考えが養われる。
- ② Computer-based instruction：授業目標達成の為にコンピュータを使用する。
  - ・ Practicing：コンピュータが練習問題を出す。
  - ・ Tutoring：コンピュータが教師の代わりに教える。
  - ・ Simulating：コンピュータでシミュレーションを表示する。
  - ・ Gaming：コンピュータで数学内容を扱ったゲームをする。
  - ・ Demonstrating：問題を解くときの考えや過程についての説明をコンピュータで提示する。
  - ・ Testing：コンピュータがテスト問題を出す。

- ・ Informing：子どもがコンピュータに蓄積された情報を取り出し利用する。
  - ・ Communicating：子どもがコンピュータをワープロとして使う。
- ③ Teacher utilities：教師がコンピュータを、テストや教材の作成・テストの採点と分析・成績付け・生徒管理・ワープロとして使用する。

子安（1987）は、この時期の米国と日本でのコンピュータ利用教育（教科は算数・数学に限定しない）をまとめて、以下のように分類している。

- ① コンピュータで教える（CAI）Computer Assisted Instruction
- ・ ドリル演習：計算などの反復練習をする。
  - ・ チュートリアル：事実や知識を教えながらのドリル演習をする。
  - ・ シミュレーション：観察が困難な現象を模擬的に表示する。
  - ・ 教育ゲーム：ゲーム形式で練習問題や教材を提示する。
- ② コンピュータを教える
- ・ コンピュータリテラシー教育：おもに、子どもがプログラミングをする。
- ③ コンピュータを道具として使う
- ・ 道具としてのコンピュータ利用：ワープロ・計算機・製図機器・通信機器などとしてコンピュータを使う方法を教える。
- ④ コンピュータで授業を管理する（CMI）Computer Managed Instruction
- ・ 教師がテスト問題の作成・採点・集計（統計的处理）など、授業に関する情報を効率よく分析・管理する。

両者の分類から、コンピュータを教授に利用すること・学習に利用すること（道具としての利用も含む）・プログラミング・教師による授業資料の管理というカテゴリーが見える。

わが国のCAI研究において中心的位置を占めていたのは、以前のアナライザーを複雑化したような問題提示型のドリル演習のコースウェアを開発することであった。問題のパス解析をもとに、系統的に問題を配列し、個別学習させることで効率を上げようという意図があった。しかし、これは授業での計算練習の復習以外には価値が認められず、授業の代替にはならない。当然の結果と

して学校教育からは姿を消していった。

コンピュータリテラシー教育の中心は、コンピュータについての知識や操作技術の欠如によって、社会生活上の不利益を受けないよう教育することと考えられていた。コンピュータについて教えることであり、コンピュータの仕組みに関する基礎知識や、操作方法、およびプログラミング言語の文法や応用例が教えられた。プログラミング言語は、FORTRAN・COBOL・BASIC・Pascal・Logo など様々であった。現在は技術科や情報科の内容となっている。高等学校の数学ではアルゴリズムを学ぶためにBASICが内容に取り入れた。プログラミングのうちでも、子どもがコンピュータをプログラムする（コンピュータに教える）という発想の利用は米国では盛んであったが、わが国ではほとんど行われていない。

Hatfield の挙げた Computer-based instruction で見れば、シミュレーション・ゲーム・デモンストレーション（現在ではプレゼンテーション）・インフォミング（現在ではインターネット等による情報検索）などは、現在でも残っている利用方法であり、今後さらに開発される可能性が高い。また、子安の挙げた道具の利用も同様である。このことは、初めてコンピュータ利用について記述された、平成10年改定の「小学校学習指導要領 算数編」および「中学校学習指導要領 数学編」の「内容の取り扱い」にも現れている。

#### 〈小学校〉

(6) コンピュータなどを有効に活用し、数量や図形についての感覚を豊かにしたり、表やグラフを用いて表現する力を高めたりするよう留意すること。

#### 〈中学校〉

4 各領域の指導に当たっては、必要に応じ、そろばん、電卓、コンピュータや情報通信ネットワークなどを活用し、学習の効果を高めるよう配慮するものとする。特に、数値計算に関わる内容の指導や観察、操作、実験などによる指導を行う際にはこのことに配慮するものとする。

数量や図形感覚の育成・表現力の育成というねらい、また、表示された図形やグラフを動かす操作や実験の道具としてコンピュータを利用するよう方向性を示している。しかし、どの内容・単元で利用するかについては、教師の判断と

後の開発に任されていたことがうかがえる。

## (2) これからのコンピュータ利用形態についての考察

“沈黙の10年”の間に家庭用コンピュータはウィンドウズになり、扱える情報量と操作性が格段に進化した。コンピュータの仕組みや操作方法について詳細に習わなくとも、ある程度使えるようになった。パソコンとして多くの家庭に入り、名のとおり1人1台の時代となりつつある。インターネットの普及もめまぐるしい。学校では2005年を目標にして、コンピュータ教室に42台、普通教室に2台が設置され、コンピュータ1台当たりの児童生徒数は7人前後となった。インターネット接続の高速化も行われた。

しかし、教育現場でのコンピュータ利用はあまり行われていないのが現状である。平成20年度の全国学力・学習状況調査にある“学校質問紙”では、小学校算数の指導として、学期に1回以上、普通教室でのインターネットを活用した授業を行っている学校の割合は約23%（1回も利用しない学校は77%）である。学期に1回以上児童がコンピュータ等を使う学習活動を行っている学校の割合は約39%（1回も利用しない学校は61%）。同様に、資料を拡大表示したり、デジタル教材を活用するなどの工夫をしている学校の割合は約64%である。中学校数学の指導においては、利用している割合はさらに低い。

平成20年改定の「小学校学習指導要領 算数編」における、コンピュータ利用の記述は、平成10年度とほぼ同じであるが、語尾の“留意すること”→“適切に活用すること”と変化している。コンピュータを使用するよう求めるものである。「中学校学習指導要領 数学編」における、コンピュータ利用の記述は平成10年度と全く同じである。解説では、教具としての活用に加え、情報ネットワークの活用が示された。

スクール・ニューディール計画の学校 ICT 環境整備事業では、普通教室への LAN 整備、教育用コンピュータを児童生徒3.6人に1台にすることが目標であった。また、電子黒板を各校に1台入れる予定であった。しかし、政権の交代により当面行われないこととなった。

このように、コンピュータの普及や社会情勢の変化を受けながら、授業での利用は拡大しているとは言えないが、算数・数学でのコンピュータ利用は、慎

重かつ有効な活用へと進む兆しはある。80年代には、まだまだ発展途上であるコンピュータを前に、「コンピュータはこんなことができるから、教授や学習のここに使えるので使おう。」という立場での利用が考えられていた。今後は、まず子どもの学習が前提にあり、従来の提示方法や教具では達成が困難なところ、換言すれば、コンピュータを使うことによってこそ、学習の質が向上する場面での活用へと方向が絞られるべきであるとする。この視座により算数・数学学習でのコンピュータ利用について考察したものを挙げる。

### ① プレゼンテーション

教師による教材提示にコンピュータを使用することにより、子どもの認知・理解を高める。適切な内容の見やすい表示、写真や図表の表示、動画などを編集しておいたものを見せる。また、子どもが自分の考えや意見を表現するためにも活用する。

### ② 情報ネットワークの活用

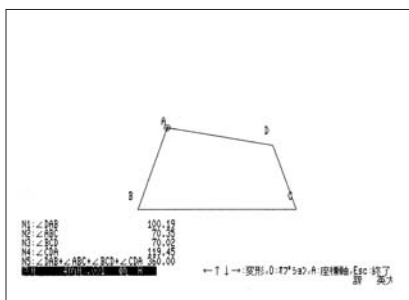
インターネットによる必要情報の検索や、授業内での子ども同士の考えや意見交換にネットワークを活用する。

### ③ ツール

関数のグラフ表示機能、数値計算機能（電卓も含む）、作図機能などを備えたコンピュータを、子どもが道具として用いて問題を解決する。

### ④ シミュレーション操作

コンピュータシミュレーションを、子どもがマウスやキーの操作によって、



点Aをマウスでドラッグして、画面上の任意の位置に移動することができる。四角形も変形するので、表示されている4つの内角のうち3つの値が変わる。同様に他の点を移動することもできる。しかし、4つの内角の和は常に $360^\circ$ の表示のままとなる。

図1 GC 四角形の内角の和

意図するよう変形したり動かしたりという実験観察をしながら、法則性などの発見をする。図形領域でのGCが代表的である。

### ⑤ プログラミング

子どもが、より詳細な設定や命令をキーボードからコンピュータ言語で入力することによって、画面上に図形などのシミュレーションを作成する。また、作成したものを変形や移動することも、言語の入力によって行う。

①と②は情報の流暢性に重点を置いたものである。③は手際よい処理により、時間内に多数の問題解決を可能にする。④と⑤は子どもがコンピュータ画面を操作し、思考実験をするものである。特に⑤では言語を使用することにより、子どもの概念形成により強力な影響を与える。電子黒板は①に③や④の簡易機能を兼ね備えたものと言える。

## 3. 算数・数学概念を認識するツールとしてのプログラミング

### (1) “イメージ”と“言語”を繋げる道具

「コンピュータとは何か」という究極の問いがある。初期は計算機であったコンピュータは、今や莫大な情報量を処理できる機能を持つようになった。現在は社会のシステムを支える大きな機構から家庭用電化製品の中まで使われている。TRON 設計者である坂村（1983）のコンピュータ道具論の中に、「コンピュータは今まで人間が手にしたことのない道具であり、その道具の機能を無限に変えることができる。」とある。留意すべきことは、コンピュータはあくまでも道具に過ぎないということである。しかし、道具の機能を無限に変えることができるということは、即ち人間の目的が先にあり、それを達成するための道具をコンピュータで作ることが可能であることを意味する。実際に、前章で挙げた①～⑤の異なる機能がコンピュータで作られた。

さらに、コンピュータがこれまで人間が発明してきた道具と決定的に異なるのは、言語を介して動くという点である。これまでかつて、“ことばによる命令で動く道具”は存在しなかった。作図を例にとると、定規やコンパスといった道具は、人間が手で動かす技能を習得して使用することによって、図形を描



くことが可能になる。描いた図形は動かない。GCには、画面上に図形を簡便に描く機能が備わっているし、描いた図形をマウスのドラッグによって自在に動かすことが出来る。正確な位置などを指定しなくても、マウスを動かした方向に図形は引っ張られて動く。「こんな形」とイメージしたとおりに、容易に変形や移動が可能である。GCにおいては、すでにコンピュータ側に、機能のプログラムがしてある。教師は設定された機能を組み合わせて、授業内容に合わせたコンテンツを作成し、子どもに使わせる。

ところが、プログラミングによって図形を描くとすると、「この方向（角度）にこの距離進んだところ」というのを、子どもが言語で命令してコンピュータを動かすことになる。感覚的でアバウトであった部分を言語で正確に指定する必要がある。言語による図形の構成や、変形・移動を通しての概念獲得が可能になる。すなわち、コンピュータは、言語を介する概念形成のための道具となり得る。

これまでの図形学習では、教科書にすでにかかれた図形を調べてその性質を理解することが多かった。しかし、図形を構成する活動によって、図形の内容はより強力に獲得できるので、ぜひ子どもに図形の構成から行わせたい。小学校の教科書では、種々の教材や教具で図形構成をする工夫が盛り込まれている。例えば、二等辺三角形と正三角形を学習する単元では、長さごとに色を変えた棒を何本も用意して、それを辺として三角形を構成する。その後で、コンパスによる作図をする。

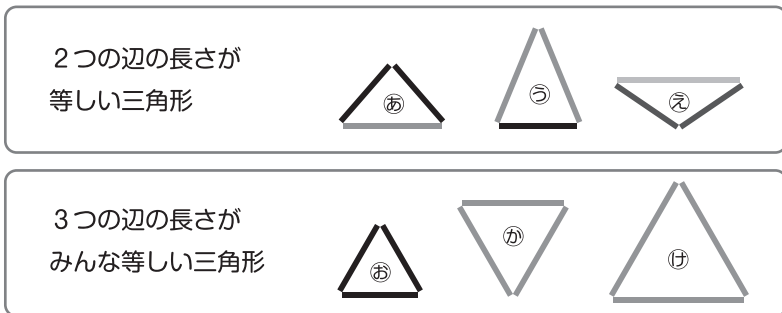


図2 二等辺三角形と正三角形の構成

本稿においては、教具による図形の構成や、定規とコンパスによる作図を決して否定する立場でないことを明言する。プログラミングによる図形構成も含めた3方法は、適材適所で児童の活動として必要である。特に、実物を使う活動や定規とコンパスで実際に描く活動は、図形概念のイメージを形成する上で欠くことができない。ただし、小学校の児童にとって、技能的に時間を要するため、数多く構成することは限られた授業時間では困難となる。

また、算数・数学では、見つけた性質を最終的には抽象的な“ことばや記号”で表現することになるが、“実物”と“ことばや記号”を繋げるところで学習が困難になる場合がある。この点を補うために、“画面上の図形”と“ことばや記号”を繋ぐ行為であるプログラミングが活用できると考える。

## (2) 概念形成における役割

算数・数学概念のうちでも、図形概念は、そのイメージが形象的な「形」を持つ。Vinner (1991) は、図形概念には「概念イメージ」と「概念定義」の2つの側面があることを提唱した。これを受けて、松尾 (2000, 2005) は「概念イメージ」と「概念定義」のかかわりや、両者のずれを調査研究によって明らかにした。また、川崎 (2005) は図形概念の理解の様相モデルをI～Vまでの5段階に設定し、それぞれの段階において、「概念イメージ」と「概念定義」がとる形態を示した。

『長方形』という概念について考えてみよう。例えば、厳密な長方形はこの世に存在しないが、長方形の形をしたものは数多く存在する。また、様々な辺の長さをもつ長方形を思い浮かべる（イメージする）ことができる。「概念」

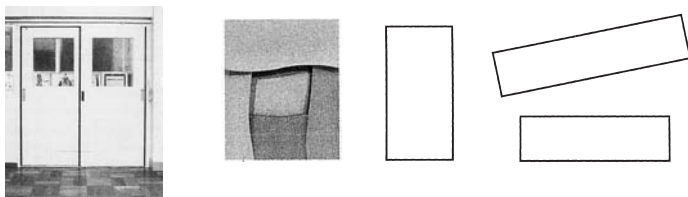


図3 長方形の外延

とは、これら多くの長方形（外延）をひとまとめにして抽象したものであり、『長方形』という“ことば”によって表される。

「概念イメージ」は、形として個人が内面に持っているものであり、始めは実際に目に見えている長方形の模写（川崎のモデルⅠ）であったものが、教科書によく描かれている横長の長方形（モデルⅡ）などになる。ピアジェとインヘルダーによる、イメージの象徴機能にあたる。さらにイメージが発達すると、様々な辺の長さの長方形の想起（モデルⅢ）となる。ピアジェとインヘルダーによる「再生イメージ」から「予想イメージ」へ変化である。やがてイメージは、『正方形』あるいは『平行四辺形』という別の概念との繋がりをもった、統合的なイメージ（モデルⅣ）へと発達する。これらのイメージの発達にプログラミングが活用できることを次章で述べる。さらに、プログラミングによって図を描こうとする行為がピアジェの「予想イメージ」への喚起、さらに、コンピュータが「時間」を処理する機能により「運動」を扱えることから、「運動のイメージ」への働きかけという可能性がある。

『長方形』の概念定義は、言語や記号で表される。始めは「長方形」という用語を理解する（モデルⅡ）。次いで、「辺」・「角」・「頂点」などの部分を理解する（モデルⅢ）。さらに、長方形の辺や角などに関する「定義」や「性質」（長方形の内包）を理解する（モデルⅣ）。これは、Van Hieleの幾何学習水準1にあたる。やがて、定義や性質は論理的な命題となり、『正方形』あるいは『平行四辺形』といった別の概念との関係が理解できるようになる（モデルⅤ）。これは、Van Hieleの幾何学習水準2にあたる。

すべての角が直角である	: 定義
向かい合う2組の辺の長さが等しい	: 性質
向かい合う2組の辺が平行である	: 性質
対角線の長さが等しい	: 性質
対角線がそれぞれの中点で交わる	: 性質
...	

図4 長方形の内包

形の内包）を理解する（モデルⅣ）。これは、Van Hieleの幾何学習水準1にあたる。やがて、定義や性質は論理的な命題となり、『正方形』あるいは『平行四辺形』といった別の概念との関係が理解できるようになる（モデルⅤ）。これは、Van Hieleの幾何学習水準2にあたる。

以上のように、図形の「概念イメージ」と「概念定義」は、お互いに影響しつつそれぞれが発達する。コンピュータプログラミングによって画面に図形を描く行為において注目すべきことは、“構成しようとする図形のイメージを想起する”ことがあげられる。そのイメージを実現するためには言語による入力（表記）が必要となる。入力によって画面上に表示される図形は、最初に想起

したイメージどおりの場合もあれば、異なる場合もある。最初のイメージと同様の場合は、そこで、イメージと言語（概念定義）の繋がりが確かなものになる。また、最初のイメージと異なる場合は、言語の修正、または最初のイメージそのものの修正が行われることになる。イメージと言語が相互に補完しあいながら、正しいもの・より精緻なもの・より豊かなものへと変化してゆく。このように、イメージを想起すること、およびイメージと言語が直接的に繋がった、これまでにない活動をするための道具として、コンピュータを活用するのがプログラミングである。また画面上に素早く図が描けることで、試行の回数を増やし、イメージを豊かに広げる機会をもつことができる。

### （3）自己モニタリングの活性化と思考のための道具

Logo 言語を考案した S. パパート (1980) は、「プログラムするということは、コンピュータと人間である使用者との両方が理解できることばで交流し合うことに他ならない。」と述べている。人間が言語で語りかけている相手はコンピュータであるが、そのコンピュータの画面上には、自身が作ろうとしているものが表示される。したがって、自身の「言語による行為とその結果」への客観的観察（自己モニタリング）が可能になる。コンピュータの画面が自身の投影であり、言語を入力している人間がそれを観察する。すなわち、強力なメタ認知が働くことになる。

また、思考を進める上で、「外化」の果たす役割は大きい。「外化」とは、頭の中で思っていることを（他者や自分が理解できる）何らかの形で外に出すことである。ことば・記号・図・動作などによってとりあえず表現してみることである。脳科学では、「外化」によって初めて「思考」や「記憶」などの脳の活動が起こることが明らかになってきている。「外化」と「思考」が表裏一体となることに関して、すでに、ヴィゴツキー (1934) は、著書『思考と言語』で、心理的道具の介在が欠かせないことを述べている。心理的道具となるのは、言語・記号・図など、広い意味での「ことば」であり、心理的道具の媒介機能によって、主体内部の変化を把握し統御することが可能になる。すなわち思考し事物を認識するためには、何らかの心理的道具が必要であり、他者とのコミュ

ニケーションにも心理的道具が不可欠である。コンピュータプログラミングは、プログラムのための言語と画面の図という2面を持った、心理的道具となる。

## 4. Logo プログラミング

### (1) プログラミング言語 Logo

Logoは、S. パパートらが中心となり、米国マサチューセッツ工科大学において開発された。数学者であるパパートは、1964年までの5年間、ピアジェの下で子どもの発達について学び、その知識を生かして、子どもが算数・数学を学ぶために、コンピュータと「数学という言葉で話す」という理念で、Logoを創っている。Logoは10年以上、米国科学財団の莫大な援助のもとに改良がなされ、1970年代までは、大学の研究用コンピュータ上で動いていた。改良されたものが家庭用パソコンで動くようになったのは1980年代からである。

パパート(1980)はLogoについての著書『マインドストーム』において、次のように述べている。「…コンピュータが人々の考え方や学び方をどのように変えていくかということである。コンピュータが思考を促し知識を得る方法を変えるのには二つの方法があるのだが、…人間の思考を助ける道具としてのコンピュータの利用は、…複雑な問題に対して迅速で正確な答えを出す。しかし、この宇宙船に乗った人物達が20世紀の人々とは違ったものの考え方をするかもしれないことを示そうという試みは、そこにはない。」コンピュータが思考や学習に影響を与える方法には2通りあり、ひとつめの道具の利用は本質的な思考方法の変換はもたらさないことを述べている。さらにパパートは、「本書においては、コンピュータの存在が、方便としてだけでなくもっと本質的、概念的に、人間の思考過程に寄与してきた方法について述べたい。」つまり、プログラミング利用が、概念的に人間の思考過程に寄与できると述べている。約30年前に、すでに数学教育へのコンピュータ利用が2通りに分かれることを挙げ、それ以前に、プログラミング利用が数学概念形成の助けとなるように、Logoを設計しているのである。

80年代には、日本語版Logoが作られ、1987年発売の「ロゴライター」では、ひらがなでも漢字でもプログラムが書けるようになった。現在は、「ロゴライター」

の後を継ぐ「マイクロワールドE X」のみが発売されている。(以下本稿においては、マイクロワールドE Xの命令によってプログラミングを記述する。)

Logoプログラミングによって学習される図形概念については、以下【図形概念】として示す。

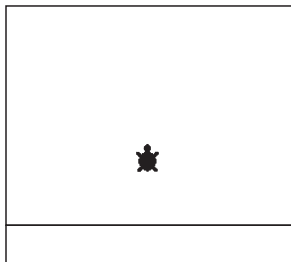


図5

Logoのひとつの特徴は、タートル(亀)と呼ばれるコンピュータによって操縦されるサイバネティックな動物である。Logo言語によって、タートルとの交流がなされる。タートルは、画面上で、現在の「位置」と「方向」という2つの属性を有する。タートルへの身体的同調がしやすい(亀になったつもりで動いて考える)点でも、子どもの学習に適している。

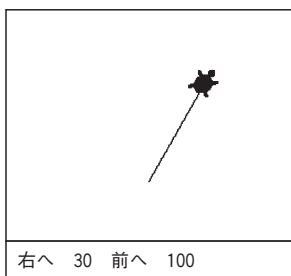


図6

タートルは、「前へ○○」・「後ろへ○○」で前後(画面のドット数で指定)への移動、「右へ○○」・「左へ○○」で、左右の回転(角度で指定)をする。キーボードから入力する。これらを組み合わせるとタートルの位置や方向を変える。タートルのお腹にあるペンを下ろすと、動いた軌跡が描けるので、この状態で作図をする。動画シミュレーションを作成する場合はペンを上げておく命令をする。

画面	プログラム 1	プログラム 2
	<p>手順は 三角形</p> <p>前へ 100 右へ 120</p> <p>前へ 100 右へ 120</p> <p>前へ 100 右へ 120</p> <p>おわり</p>	<p>手順は 三角形</p> <p>繰り返す 3</p> <p>「前へ 100 右へ 120」</p> <p>おわり</p>

図7

プログラムを作るのは簡単で、最初に「手順は」、最後に「おわり」と書く(図7)。はさまれた3行がプログラムの内容である。プログラム2のように繰り返し命題を使うと、「」(リスト)の中身を3回繰り返すので、プログラム1と同様のプログラムになる。プログラムには1行目で好きな名前を付ける。その名前をキーボードから入力すると、プログラムが実行されタートルが三角形を描く。

〔図形概念〕 三角形(正三角形)の辺や外角についての性質の理解

プログラム 3

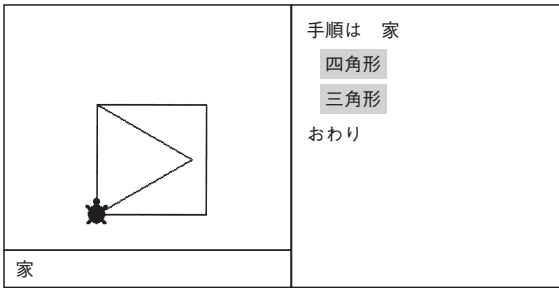


図 8

Logo は、人工知能用言語 Lisp をベースに作られているため、構造化言語となっている。一度作ったプログラムは、そのまま別のプログラムの中で使うことができる。

これは、人間のことばおよび思考にとって自然なことである。算数・数学学習で言えば、既習事項を使って新しい学習を進めていくことにあたる。プログラム3では、「家」というプログラムの中で、既に作った「三角形」と「四角形」のプログラムを使っていることが分かる。しかし、同じ方向と位置から描いているので、図8のようなバグとなる。

プログラム 4

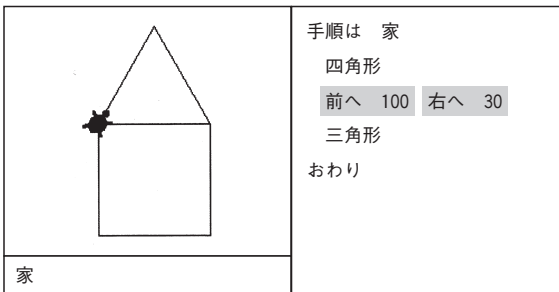


図 9

子どもは図8の画面をみて、イメージしたとおりの家がかけなかった原因を考え、例えばプログラム4のように修正をする。四角形と三角形の色板で家を作る場合には何気なく行っていた操作が、言

語記述により、回転やずらす移動として認識される。

〔図形概念〕 回転した三角形のイメージ、三角形の回転移動と平行移動

## （２）杉野式「学校図形Logo」の開発

Logo で図形を描く場合、プログラム 1 やプログラム 2 のように、タートルが三角形の頂点で回転する角度は、外角である  $120^\circ$  となる。動いているタートルの位置に視点があるため、「タートル幾何」といわれる。これは、「折れ線の幾何」あるいは、微分係数を考えるときの考え方となる。「回転」の概念形成や、多角形の外角の性質を学習する場面には、タートル幾何は有効である。プログラムを見れば、タートルが多角形を描く場合には必ず合計で  $360^\circ$  の回転をしている。しかし、小・中学校で扱う「ユークリッド幾何」においては Logo で図形を描く場面が非常に限られたものとなり、これが原因でなかなか学校の算数で Logo が使われなかった。

それでも Logo が子どもの算数学習に有効であることを示す実践が米国では行われている。D. H. Clements と M. T. Battista は 1987 年から 89 年にかけて、タートル幾何による独自のカリキュラム、「LG (Logo Geometry)」によって、延べ線数百名の幼稚園から小学校 6 年までの子どもに学ばせた成果を「Logo and Geometry」にまとめている。年間 6 週間の学習であるが、LG 児童は、統制群の児童に比べて、特に角の理解と角の大きさに関する課題で、有意に優れた成績をあげた。

Logo プログラミングのよさを何とか学校の算数に活用する方法はないかと考えて 1988 年に開発したのが、杉野式「学校図形 Logo」である。学校図形 Logo を使って、小・中学校において授業実践を行い、学習の手応えを感じたものの、図形概念のどの部分にどのように寄与するのかまで詳細に説明するのは、ずっと現在に引き継いでいる形となっている。

「学校図形 Logo」は、ユークリッド幾何で使えるよう、角を描くときの視点を内角に置くように Logo を作り変えたものである。角は 2 つの辺で構成される図形であり、辺を描く命令を考案したのが出発点であった。Logo は構造化言語であるため作り変えが容易にでき、教師が児童・生徒の発達段階や実態



に合ったプログラムの命令を前もって作っておけるという長所をもつ。辺の長さは，“1”が印刷されたときに1 cmになるようにプログラムしておく。

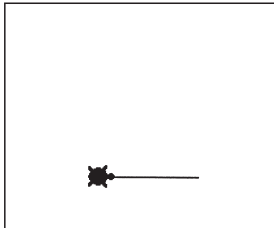
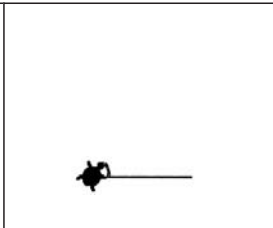
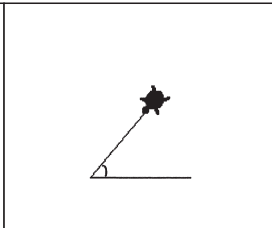
		
辺は 3	角度は 50	辺は 3

図10

図11

図12

図10のように、辺を描いたらタートルはひっくり返る（180°回転）。タートルの視点を、多角形の内角へ移動させるためである。図11では、タートルがゆっくり50°回転する（角の大きさの印をつけるかどうかは児童の実態に合わせて選択する）。この命令により、「角の大きさが回転量である。」ということの強力な理解に繋がる。現在教科書では、回転角を理解させるために、手製の扇子などを開く教具が使われている。図12で角が完成するが、角を描くためには、「辺は3 角度は50 辺は3」と命令したことになる。このことは、図形としての角が、「2つの辺とその間の開き具合から構成されている」という、まさに教科書にある図形としての角の定義そのものを示す。

〔図形概念〕角の定義

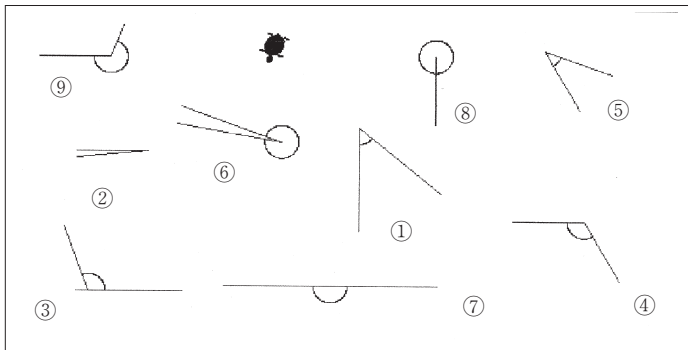


図13 Logoでかいた、いろいろな角

図13は、分度器による角の測定を学習する前の小学校4年の1人の児童が、初めてLogoで、自由にいろいろな大きさの角を描いたものである。番号は描いた順番を示す。①から⑨まで続けて描いたため、いろいろな方向から角を描くことができた。⑨のように、画面からはみ出しそうになったとき、角の2辺が必ずしも同じ長さでなくても良いことを知るきっかけになった。これは、角の大きさが辺の長さとは無関係であることの理解となる。

〔図形概念〕角についての豊かな（多面的）イメージ

### （3）「学校図形Logo」による長方形のプログラムと概念の発達

長方形を描くためのプログラムが、学年によってどのように変化するかを示しながら、概念形成への影響を述べていく。小学校低学年においては、Logoでは長さや回転の概念を養い、辺や角度の数値指定によらない方法で長方形を描かせる。本稿では、角の学習以降のプログラミングについて取り上げていく。

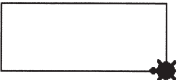
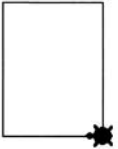
小学校3年～4年	プログラム5	プログラム6
	手順は 長方形 辺は 5 角度は 90 辺は 2 角度は 90 辺は 5 角度は 90 辺は 2 角度は 90 おわり	手順は 長方形 くりかえす 2 「辺は 5 角度は 90 辺は 2 角度は 90」 おわり
長方形		
	プログラム7	プログラム8
	手順は 長方形 辺は 3 角度は 90 辺は 4 角度は 90 辺は 3 角度は 90 辺は 4 角度は 90 おわり	手順は 長方形 くりかえす 2 「辺は 3 角度は 90 辺は 4 角度は 90」 おわり
長方形		

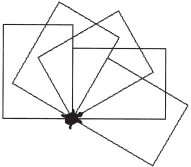
図14

プログラム6やプログラム8は、「くりかえす2」を使って書いている。点対称図形は、このように書き換えることが可能である。図14では横長の長方形と縦長の長方形が描かれている。「長方形を描くプログラムをつくりなさい。」をいう課題を出した場合、辺の長さは児童が自由に決めて描くので、それぞれ個人の概念イメージにある長方形を描こうとするかもしれない。1クラス数十人の描いたプログラムを並べてみたら、長方形の概念イメージが広がる。また、ひとりの児童に、さまざまな辺の長さの長方形を描かせたり、それを使って別の図形を描く課題ができる。プログラム5とプログラム7との共通点を見つけることによって、長方形はすべての角が $90^\circ$ であることや、辺の長さがひとつおき（向かい合った辺）に等しいことの理解が強力になる。

〔図形概念〕長方形についての豊かな（多面的）イメージ、長方形の定義と性質  
 ※同様に、正方形を描くプログラミング課題をさせる。

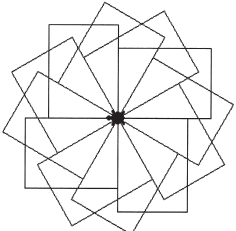
小学校4年

プログラム9

	手順は もよう くりかえす 5 「長方形 右へ 30」 おわり
もよう	

長方形のプログラムを使って模様を描く課題であるが、長方形を回転させることで、辺が水平になっていない場合の長方形のイメージが作られる

プログラム10

	手順は はなまる くりかえす 12 「長方形 右へ 30」 おわり
はなまる	

プログラム9では模様が未完成と感じて、長方形が1回転するまで数を増やす。右へ $30^\circ$ の回転と繰り返しの12を掛けると1回転の $360^\circ$ になる。

図15

〔図形概念〕長方形の回転イメージ、1回転のイメージ、1回転が $360^\circ$ の理解

## 小学校5年

## プログラム11

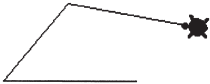

		手順は 平行四辺形 辺は 4 角度は 50 辺は 3 角度は 130 辺は 4 角度は 50 辺は 3 角度は 130 おわり
… 角度は 120	平行四辺形	

図16

図17

長方形は平行四辺形の特殊な場合であるので、平行四辺形のプログラムについても紹介する。図16は、平行四辺形のプログラムを作る前に、ひとつずつ命令を入れながら描いてみて、バグがでた場合である。ふたつめの角度が $120^\circ$ では、まだ開き具合が小さいことが分かるので、この後修正を行いプログラム11のように、角度を $130^\circ$ にして完成させたのが図17である。

〔図形概念〕 平行四辺形の多面的イメージ、平行四辺形の辺と角の性質の理解

※同様に、ひし形を描くプログラミング課題をさせる。

## 小学校6年

## プログラム12

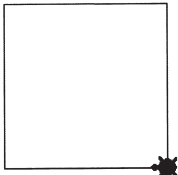
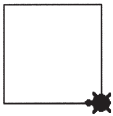
		手順は 正方形 :一辺 辺は :一辺 角度は 90 辺は :一辺 角度は 90 辺は :一辺 角度は 90 辺は :一辺 角度は 90 おわり
正方形 5	正方形 3	

図18

プログラム12では、変数を使用している。変数には「:」を前につけ、プログラム名の後ろに並べて記述する。変数名は自由につけることが出来る。プログラムを実行するときは、プログラム名に続けて、変数の数値（描こうとする一辺の長さ）を入力する。プログラム12によって、全ての正方形がひとつのプログラムに統合される。

〔図形概念〕 正方形の統合的イメージ、正方形の定義と辺の性質の明確化

小学校6年

プログラム13

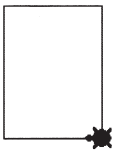
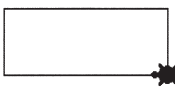
		手順は 長方形 : 横 : たて 辺は: 横 角度は 90 辺は: たて 角度は 90 辺は: 横 角度は 90 辺は: たて 角度は 90 おわり
長方形 3 4	長方形 5 2	

図19

プログラム13では、「横」と「縦」の2つの変数を使用している。

〔図形概念〕長方形の統合的イメージ，長方形の定義と辺の性質の明確化

中学校1年

プログラム14


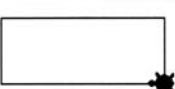
		手順は 長方形 : a : b 辺は: a 角度は 90 辺は: b 角度は 90 辺は: a 角度は 90 辺は: b 角度は 90 おわり
長方形 3 4	長方形 5 2	

図20

プログラム14はプログラム13の変数名をアルファベットの文字に置き換えた形となる。しかし、図19と図20で描かれる長方形は同じである。中学校において、文字で表した変数を使用して関数の学習をするが、理解が困難な生徒も少なくない。プログラム14の前にプログラム13をワクシヨン置くことによって、変数の意味や役割の理解がしやすくなる。プログラム14においては、長方形は縦と横を必ずしも区別しなくともよいことが分かる。

〔図形概念〕長方形の一般化，変数の理解，関数的なものの見方

中学校2年

プログラム15

```

手順は 正方形 :a
  辺は :a 角度は 90
  辺は :a 角度は 90
  辺は :a 角度は 90
  辺は :a 角度は 90
おわり
    
```

プログラム16

```

手順は 長方形 :a :b
  辺は :a 角度は 90
  辺は :b 角度は 90
  辺は :a 角度は 90
  辺は :b 角度は 90
おわり
    
```

プログラム17

```

手順は ひし形 :a :c
  辺は :a 角度は :c
  辺は :a 角度は 180 - :c
  辺は :a 角度は :c
  辺は :a 角度は 180 - :c
おわり
    
```

プログラム18

```

手順は 平行四辺形 :a :b :c
  辺は :a 角度は :c
  辺は :b 角度は 180 - :c
  辺は :a 角度は :c
  辺は :b 角度は 180 - :c
おわり
    
```

図21

中学校2年では、四角形の包摂関係を学習する。図17の4つの四角形を描くプログラムを比較したり、それぞれのプログラムの変数の数値を変えて四角形を描くことによって、包摂関係の発見ができる

プログラム15'

```

手順は 正方形
  辺は 3 角度は 90
  辺は 3 角度は 90
  辺は 3 角度は 90
  辺は 3 角度は 90
おわり
    
```

プログラム16'

```

手順は 長方形 :b
  辺は 3 角度は 90
  辺は :b 角度は 90
  辺は 3 角度は 90
  辺は :b 角度は 90
おわり
    
```

図22

より強力な包摂関係の理解のためには、例えば、プログラム15とプログラム16を比較し、まったく同じ部分と、異なる部分に目を向ける。そして、プログラム15とプログラム16のように、プログラムのまったく同じ部分は変数ではなく適当な数値に決めたプログラムに書き換える。

プログラム16を使って、 $b$ の数値を変えて長方形を描くと次のようになる（数値は小数でも構わない）。

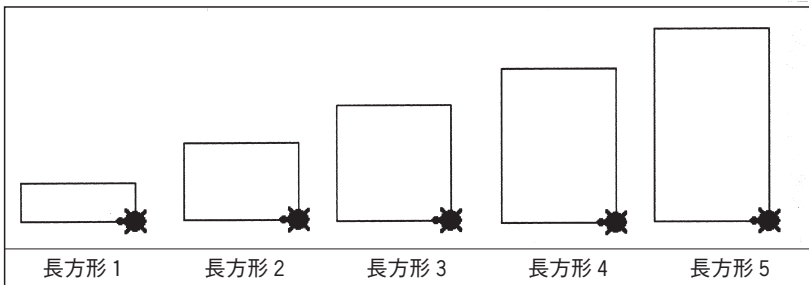


図23

図23は、全て長方形のプログラムで描いたので、長方形に間違いはないが、長方形3では、正方形が描けている。長方形の特別な場合が正方形になることに気づき、長方形と正方形の包摂関係の理解となる。同様に、長方形と平行四辺形のプログラムで実験したのが図24である（平行四辺形 90 が長方形）。

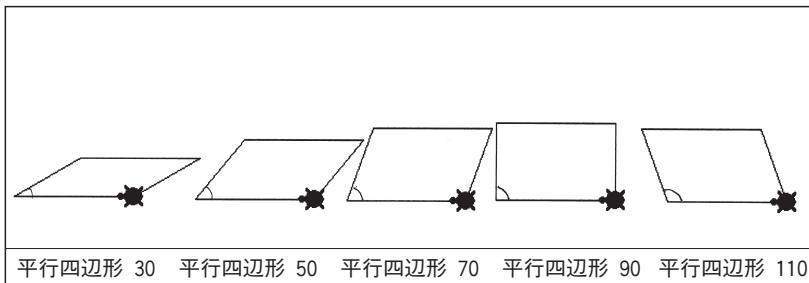


図24

〔図形概念〕 図形の連続的変形のイメージ，四角形の包摂関係の理解

この後、中学2年の図形領域では「証明」の単元に入る。本稿で紹介したプログラミングによる活動を通して、図形の豊かなイメージを育てることおよび、図形概念のより確かな理解が可能になる。図形の豊かなイメージは、証明しようとする図の中から、鍵となる図形を見つけ出すことに有効に働く。確かな図形概念の理解は、図形の証明に必要な知識となる。

## 5. お わ り に

プログラミング活用が、図形概念の形成にどのように影響を与えるかについて、「長方形」を中心に述べた。長方形の描き方は、本稿で示した辺と角による構成以外にも、対角線から描いたり、直角三角形から構成したりといったさまざまな方法がある。これらをLogo課題として探究することで、さらに図形概念が深まってゆくであろう。

今後の課題としては、実践検証とさらなる教材の開発がある。本学の情報処理センターの施設を使つての授業で、学生にLogoプログラミングと教材開発をさせる演習を計画している。また期が熟したら、その実践について報告したい。

## 参考文献

- Larry L. Hatfield (1984), "Toward Comprehensive Instructional Computing in Mathematics", NCTM84年報
- 子安増男 (1987) 「幼児にもわかるコンピュータ教育」, 福村出版
- 文部省 (1999), 「小学校学習指導要領解説 算数編」, 東洋館出版社
- 文部省 (1999), 「中学校学習指導要領解説 数学編」, 大阪書籍株式会社
- 文部科学省 (2008), 「小学校学習指導要領解説 算数編」, 東洋館出版社
- 文部科学省 (2008), 「小学校学習指導要領解説 数学編」, 教育出版
- 文部科学省, 国立教育政策研究所 (2008), 「平成20年度 全国学力・学習状況調査 調査概要【小学校】【中学校】」
- 飯島康之 (1997), 「GCを活用した図形の指導」, 明治図書
- 坂村健 (1983), 「コンピュータとどう付き合うか」, 光文社



- 佐伯胖 (1986), 「コンピュータと教育」, 岩波新書
- 佐伯胖 (1997), 「新・コンピュータと教育」, 岩波新書
- 小学校教科書「わくわく算数 3年下」平成16年度, 啓林館
- 小学校教科書「わくわく算数 4年下」平成16年度, 啓林館
- 小学校教科書「新しい算数 2年上」平成16年度, 東京書籍
- 小学校教科書「新しい算数 2年下」平成16年度, 東京書籍
- ミシェル・ドゥニ (1979), 寺内礼監訳 (1989) 「イメージの心理学」 勁草書房
- J.ピアジェ, B.インヘルダー (1975), 久米博訳 「心像の発達心理学」, 国土社
- Vinner S. (1991) “The Roll of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics” *Advanced Mathematics Teaching* Kluwer, pp.65-81
- 松尾七重 (2000) 「算数・数学における図形指導の改善」 東洋館出版社
- 松尾七重 (2005) 「小学校6年生と中学校2年生における平行四辺形の定義の捉え方の実態 — 概念イメージとのずれを視点として—」, 第38回数学教育論文発表会論文集, pp.391-396
- 川寄道広, 「直観的側面に着目した図形指導過程の研究」, 第38回数学教育論文発表会論文集, 2005, pp.379-384
- シーモア・パパート (1980), 奥村喜世子訳 (1982), 「マインドストーム」, 未来社
- D. H. Clements, M. T. Battista, (2001) “Logo and Geometry”, NCTM
- 杉野裕子, 「タートルグラフィックスによる, 角と角の大きさの理解および探究活動」, 第35回数学教育論文発表会論文集, pp.457-462
- 杉野裕子, 「Logo プログラミングによって, 概念の意味と関係を認識する方法」, 第38回数学教育論文発表会論文集, pp.571-576