

皇學館大学紀要第62輯（令和6年3月15日発行） 抜刷

中等数学教育課程において数学を
魅力的に学ぶ発見学習の本質
— 共創的教授・学習過程の教育実践に基づく考察 —

村 瀬 雅 俊
村 瀬 智 子

中等数学教育課程において数学を 魅力的に学ぶ発見学習の本質

— 共創的教授・学習過程の教育実践に基づく考察 —

村瀬 雅俊 (皇學館大学教育学部)

村瀬 智子 (三重大学大学院医学系研究科)

〈要旨〉令和5年度、本学教育学部に【数理教育コース】が新設された。本研究は、中等数学教育課程の選択科目「幾何学基礎 (R5)」・「代数学基礎 (R5)」で4ヶ月にわたり実施された、教授・学習過程を総括した質的帰納的研究報告である。具体的には、数学と生命現象との相似性・相同性という誰も考えない観点に基づいたカリキュラムを構成し、学生自らが発見的に学習する過程の本質を明らかにすることを目的とした。研究対象としたデータは、「幾何学基礎 (R5)」と「代数学基礎 (R5)」の各授業回で、授業終了後に提出されたレスポンスカード（授業後の学びの省察）である。

本研究の特色は、これまでの数学教育においては全く無関係で、しかも相互に対立し合うとさえ考えられていた事象間に、思いもかけない様々な繋がりがあることを、学生自らが次々と発見していく主体性の醸成にある。この感動体験を伴う主体的学習は、学生個人での自律的な自己成長を促した。そればかりでなく、異なる学生同士間に自発的な教授・学習過程が芽生えるに至った。

特に、授業回後半の学びでは、学習意欲をさらに促進する教育方法として共

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

創的対話であるグループ学習を効果的に活用した。これは、教科書通りの内容を一方的に教える知識の伝達という説明方式による学びから、問題を解くきっかけや知識を得る方法の発見的な学び、すなわち「学び方の発見的学び」という新感覚の学びへ、学びの深化を促した。この学びはまさに主体的・能動的に学ぶ「発見学習」である。その結果、幾人かの学生は数学の楽しさや美しさを伝えることができる教師像を、将来の具体的目標として思い描くことができるようになった。ここに、己の軸を創ることを大切にする「在り方 (Being) 教育」から、終わりなき「成長をうながす (Becoming) 教育」への特徴的な変遷が認められた。

今後は、本研究で構築した共創的教授・学習方法の理論とモデルを用いて、授業実践を継続しながら、本研究内容を評価・検証・発展・展開していくことが必要である。

〈キーワード〉 中等数学教育課程, 発見学習, 共創的教授・学習過程, 幾何学基礎, 代数学基礎

I. はじめに

数学には二つの科学的な側面がある。一つは、ユークリッド (BC330-BC275) による幾何学に代表され、他の科学が模倣を試みてきた最初にして最大の「演繹科学」としての側面、もう一つは、数学とともに長い歴史を持ち、数学的原理や概念を発見する方法や法則を主体的に学ぶ「発見科学」の側面である。

発見科学は、デカルト (1596-1650) やライプニッツ (1646-1716) を巻き込み、数学・論理学・心理学・教育学・哲学にまたがる文理融合的学問として発展し、現代数学教育学に至って問題発見・問題解決に関する方法論の体系化が試みられた (クーラント, ロビンス, 1941; ポリア, 1954)。問題発見に際しては、問題設定の妥当性や問題解決の方向性に対する明確な見通しを立てること、問題解決に際しては、問題解決の正当性を確かな根拠から論理的に考察す

ることが必要である。具体的には、直観や類推による飛躍を伴う推論、帰納や演繹による論理的な推論、解析による分解と構成による統合、これらの主体的な学びの本質を客観的に捉える論理性を兼ね備える必要がある。

発見学習の提唱者はアメリカの心理学者であるブルーナー、J. S. (1915～2016) である。アメリカには、発見学習の研究を最も多角的・精力的に積み重ねてきた歴史がある（水越, 1970）。実は、ブルーナーに先立ち、デューイ、J. が1896年にアメリカでシカゴ大学付属小学校を開設し、その初等教育の成果に関する講演を著書『学校と社会』（1987）にまとめている。その中で、学校とは、暗記と試験による受動的な学習道場ではなく、子どもたちが興味あふれる活動的な社会生活を営む「理想的な家庭が拡大された」小社会であると位置づけている。従って、現代の社会生活の歴史的進歩を代表する小社会であるためには、学校と社会との間に活発な相互作用が働かなければならないと主張する（デューイ, 1987, 41-69頁）。残念ながら、現代教育においてはデューイの主張とは異なり、学校は教室外の社会生活に対して閉じられた閉鎖社会であり、暗記と試験による成績重視の受動的な教育が行われている。教育における現状は、デューイの時代から100年以上の時を経た今も、その基本的姿勢は変わっていない。

水越（1970）によれば、発見学習は1960年頃から従来型説明方式の授業と対比される形で、各国で急速に再評価され、先に述べたように、アメリカを中心として研究が行われてきた。発見学習の研究には二つの流れがある。一つは、心理学者が中心となって1950年代から激増してきた実証研究、もう一つは、1950年代後半から60年代にかけて行われた理数教科中心のカリキュラム改革運動とタイアップした教育制度研究である。発見学習の有効性を判定する基準は、「転移力」、「記憶の保持」、「学習時間」、「学習への動機づけ」がある。

水越（1970）は、これらの基準について、先行研究や実践報告を整理・検討しているが、基本概念や用語などの不統一、限定条件下での精緻な実験の少なさなど課題が多く、単純な比較はできないことを指摘している。その上で、知識や技能は常に不確か（tentative）なものであるため、結果としての知識を揃えて説明するよりも、知識の生成過程に子どもが参加することによって知的探

究の喜びと探究の方法論を身につけることの方が重要であるという専門科学者の意見に賛同している。

発見学習の方法を用いて、30年余り高等教育現場で数学教育を実践した谷川（2002）によれば、「発見された」知識は学問的には既知の概念であるため、厳密には「再発見」であるが、学習者自身にとっては「原発見」の経験になる。人間は小さな発見をする度に喜びを感じる。この喜びが内発的動機づけとなって、より大きな発見を求めて新たな問題へと挑戦を続けると考察している。ここに「学びと遊びの原点」がある（村瀬他, 2017）。

著者らは、『学びと遊びの原点に迫る』という論考の中で、教育制度の課題を次の6点としてまとめ、今後の展望を提示した（村瀬他, 2017, 30-35頁）。

すなわち、①合理的・理性的・論理的思考への偏重、②問題の正解は1つしかないという誤解、③競争原理への過信、④平等・均一性への過信、⑤「間違い方を教える」、「失敗から学ぶ」という視点の欠如、⑥知識偏重、である。

これらの課題を踏まえた上で、失敗から学ぶという革新的教育がいかにして未来を拓く可能性を担保し得るのか検討した。その結果、粘り強く考えた末に、問題が解決される体験を通して達成感を覚え、自信がつく。その自信によって学問への愛着がますます高まり、さらなる成長が期待される（Murase et al., Springer-Nature, 2021; 2022）という主体的学びの好循環を見出した。このような「未来共創的な発見学習」には、人類が、これまでの歴史の中で奇跡を実現してきた成功原理—過去の失敗から学ぶという逆説—を活用する必要がある。

すなわち、発見学習とは既にでき上がった体系として、知識を表面的に暗記する浅い学びではない。そうではなく、知識が生成されていくプロセスに主体的に参画して、学習者自らが規則性・法則性・関連性を発見し続けていく、喜びに満ちた深い学びなのである。このような深い学びを得るためには、人間が発見的に創り出した数学も、発見学習の方法を基盤とした数学教育も、どちらも人間による未知世界の創造的な認識とその発展に関わる生命現象であるという理解が必要不可欠である。だからこそ、教育方法を検討する上で、数学と生命現象との相似性・相同性に基づいた観点を欠かすことができないのである。

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

従って、学生自らが発見的に学習する過程も生命現象として捉え、その過程の本質を明らかにし、その本質を踏まえた教授・学習方法を開発することが必要となる。しかし、現段階では、数学と生命現象との相似性・相同性に基づいた教授・学習方法は開発されていない。

現代社会において、科学技術は発展し、情報技術も革新的に進歩し続けている。しかし、その一方で、環境破壊に伴う気候変動や多発する自然災害、国家間の紛争・戦争、感染症のパンデミックや精神疾患の急増等に直面し、私たちの生活はそれらの影響を受けて、日々翻弄されている。まさに、私たちはこれまで経験したことのない激動の時代に生き、答えの見えない事態の渦中に在ると言える。このような状況の中で地球規模の明るい未来を描くためには、幼児教育から高等教育までのすべての教育課程において、新しい観点に立った教育改革とその実装が最重要課題である。しかしながら、我が国の教育現場では、学力低下への懸念、対人関係問題としてのいじめや不登校、ハラスメント問題、発達障害者やギフテッド、特別支援教育などの個性を活かす教育への対応困難、人員不足に伴う教員の過重労働等、解決すべき課題が山積している（文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会、「令和の日本型学校教育をめざして（中間まとめ）【概要】」, 2020）。

このような現状を鑑み、我が国でも2007年（平成19年）には学校教育法が改正された。すなわち、「生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない」（学校教育法第30条第2項、昭和22年3月31日、法律第26号、令和5年4月1日施行）と定められた。この法改正を受け、学力の3要素「知識・技能」「思考力・判断力・表現力等」「主体的に学習に取り組む態度」が定義され、知識偏重からの転換を図ると共に、3要素をバランスよく育むことが学校教育現場に求められることになった。

すなわち、現実世界をより良く生きるための3要素からなる学力をバランスよく主体的に育む学びや、一人の学びから他者と共創する学びへの質的転換が

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

求められているのである。教育において質的転換を図るためには、学びの場・方法・主体を柔軟に変容していくことが急務である。そのためには、学際的・教科横断的・科目横断的な視点に立った教師－学生間、学生－学生間における未来共創的な発見学習が必要である。確かに、学校では知識は教えるが、その活用方法や意義は教えない（梅棹, 1969）。例えば、私たちがこれまで学んできた歴史の授業を思い出してみると、歴史的事件が発生した日付や関係した地名・人名を暗記することを求められ試験問題にも出されてきた。ところが、その歴史の背後に隠されている人間の葛藤や困難を乗り越える力について教えられる機会は少なかった。しかし、この歴史の背後に隠されている人間の葛藤や困難を乗り越える力こそ、人間性の真の力であり、その力を学生自らが発見し、教師や他の学生と共に学び合うことが社会性を育む教育の力なのである（堺屋, 2004; 村瀬他, 2017）。

数学は、人と人、人と社会、人と自然のコミュニケーション言語の役割を果たす統合的・発展的な魅力を有する学問である。本研究で検討する中等数学教育課程における発見的学習とは、数学を既に確立した固定的な体系とみなして数学的知識や問題解法を伝授し、それらを闇雲に暗記することではない。未知の事象を数学的に解明するために、既知の基礎的な知識を用いて新しい概念や原理・法則を創造する「発展性」、既知と新たな知を包括的に捉えて意味づけをする「統合性」、この「生きて働く」数学の魅力に共感して粘り強く考え抜く「人間性」が求められる学びである。

本研究は、数学と生命現象との相似性・相同性に基づき、学生自らが発見的に学習する過程の本質を質的帰納的に明らかにする学際的・教科横断的・科目横断的研究の一端である。具体的には、共創的教授・学習方法の実践とモデルの構築を試みた。それらの成果を報告する。

II. 研究目的

本研究の目的は、令和5年度からA大学教育学部中等数学教育課程に新設された選択科目「幾何学基礎（R5）」・「代数学基礎（R5）」の教授・学習過程において、数学と生命現象との相似性・相同性に基づき、学生自らが発見的に学

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

ぶ過程の本質を実践的に明らかにし、共創的教授・学習方法のモデル構築を試みることである。

Ⅲ. 本研究における理論的前提

本研究は、教育現象の中で「ありのまま」の教授－学習過程という学びの本質を、学生自らが発見的に学ぶことを目的とした研究である。そのため、研究の理論的前提はデータに基づく自然主義的探求である。また、学生自らが発見的に学ぶ過程は創発過程と捉えることができる。そこで、以下に述べる1理論、3飛躍、5過程を包摂する創発原理（図1）が基盤となる。以下に、創発原理（1理論、3飛躍、5過程）について述べる。

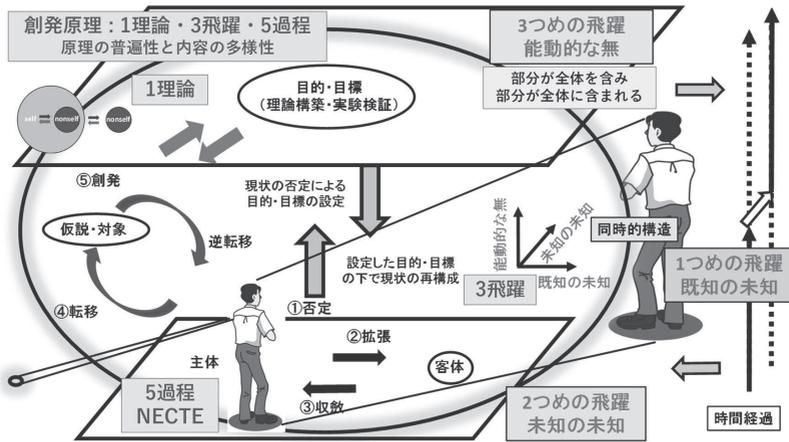


図1. 1理論、3飛躍、5過程を包摂する創発原理（村瀬, 村瀬, 2022a）

1理論とは、「自己・非自己循環理論」（村瀬, 2000；Murase et al., 2018, 2021, 2022）である。「自己・非自己循環理論」は、村瀬雅俊によって、2000年に細胞代謝という生命過程に基づき、歴史的視点から構築された統一生命理論である。生命の本質とは、「自己」と「非自己」が絶え間なく相互に更新し合うことによって、一見すると矛盾する対立的共存関係を保持しながら循環する過程である。この循環過程は、さまざまな時間・空間領域の違いによらずに、

すべての生命現象に共通している（村瀬, 2000, 2024）。ここで言う「自己」とは、自ら境界を構成することによって‘内’と‘外’を隔てることのできる閉じた構造であり、「非自己」は「自己」以外である。例えば、一人の人間を「自己」とすると「非自己」は環境や他者になる。このような「自己・非自己循環」の観点に立つと、細胞代謝、認識過程、精神発達過程などのいずれもが「入れ子構造」的な特性、すなわち動的なフラクタル構造を有すると言える（村瀬他, 2020a, 2020b, 2024）。生命は、この動的過程により駆動され、さらなる動的過程を駆動し続ける。そのために、創造的発展と破局的崩壊の危機的矛盾が常に存在し、どこまでも不完全・不安定であり続ける。

3 飛躍とは、「既知の未知」、「未知の未知」、「能動的な無」のことである。「既知の未知」は「既知に知っているということ」を知らない状態であり、「既知の事実の間に未知の関係があること」への気づきも含む水平思考である。「未知の未知」は、目に見えず知覚されない世界があるにもかかわらず、その世界があることすら知らない状態である。「未知の可能性を知らないこと」への気づきや、一つの現実、複数の可能性があることを考える反転思考である。「能動的な無」(active absence) は、ゾーン体験やフロー体験（Bortoft, 1996; 岩田, 2001; チクセントミハイ, 2007）のように、物事に夢中になっていると時間・空間感覚を失い疲れを忘れる状況、水面下でダイナミックな動きがあって、表面的には何も顕在化していない状況（dynamic non-event）である（Hollnagel, 2014）。通常と異なるモードであるため、先入観が働かず知らないからこそ知り得る状況も含んでいる。

5 過程は、5 段階からなる NECTE 過程である（村瀬, 村瀬, 2020b, 2021a,b, 2022a）。NECTE とは、否定（Negation）・拡張（Expansion）・収斂（Convergence）・転移／逆転移（Transference）・創発（Emergence）」の英単語の頭文字の組み合わせから命名された創発過程である。5 段階 NECTE 過程は、創造性（創発）と崩壊性（否定）という相矛盾する要素過程を含むため、全体としても創造性と崩壊性を発揮する過程になる。例えば、数学の世界では、問題を創り続けることで特殊問題を一般化することができ、それによって問題全体を演繹的に解決（問題を崩壊的に解消）してきた数千年の実績があ

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）
る（ポリア, 1954）。問題が創り出される過程に、問題を解く原点がある。

5段階NECTE過程の5つの要素過程を「対」にしてみよう。すると、3つの関係が見えてくる。「否定」と「創発」の要素過程はパラドックス（反転、対立、想定外）関係、「拡張」と「収斂」の要素過程はフラクタル（部分と全体、入れ子構造）関係、「転移／逆転移」の要素過程はアダクション（水平）関係である。これらの本質は、1つの理論に収斂する。それが、時間・空間・対象に広がる「矛盾」の「自己同一」であり（西田, 1988）、自己・非自己循環理論である（村瀬, 2000）。

IV. 研究方法

IV-1. 研究デザイン

質的帰納的研究デザイン

IV-2. 研究参加者と研究対象とした数学2科目の授業概要

研究参加者は、A大学教育学部中等数学教育課程に令和5年度に新設された「幾何学基礎（R5）」または「代数学基礎（R5）」を受講し、研究参加に同意が得られた者とした。

一般に、数理科学教育の授業目標として問題発見・問題解決において、直観や類推による飛躍を伴う推論、帰納や演繹による論理的な推論、解析による分解と構成による統合、これらの本質を客観的に捉える論理性を兼ね備えた上で、それらすべてを主体的に実践することが求められている。そこで本講義では、幾何学または代数学を道具として、数学と生命現象との相似性・相同性に基づいた「主体的学習の実践」を目指した。また、両科目とも選択科目であった。

各授業回では、教科書の事前学習を前提に、講義に加え、各学生の課題発表やグループ学習という双方向の授業を展開した。授業回数は両科目とも15回（2単位）であるが、本研究では、両科目における1回から10回までの各回の授業終了時に各学生から提出された「レスポンスカード」（授業後の学びの省察）を分析対象とした。その理由は、11回から15回の授業はグループ討議や発表などが多く、個人のレスポンスカードの提出を求めない授業回もあったため

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

である。また、両科目を統合して学びを分析した理由は、両科目の開講日が連続しており、同じ教員がほぼ同じ学生に対して授業を担当していたことから授業内容が連続していたためである。

「幾何学基礎（R5）」・「代数学基礎（R5）」の第1回から第10回までの授業概要は、表1に示すとおりである。

表1 「幾何学基礎（R5）」・「代数学基礎（R5）」の授業概要

| 授業科目名 | 幾何学基礎（R5） | 代数学基礎（R5） |
|-------|---|--|
| 教科書 | 村瀬智子・村瀬雅俊 『未来から描くケア共創看護学 －自然・生命・心・技の循環』 大学教育出版, 2021 | 村瀬雅俊・村瀬智子 『歴史としての生命 増補版 －自己・非自己循環理論の構築』 ナカニシヤ出版, 2022 |
| 第1回 | 学ぶことと創造することの同型性・NECTE理論 | 学習と進化の本質の相同性 |
| 第2回 | 創造性と崩壊性の本質理解・パラドックスの図示 | 先入観が解体する脱学習の体験 |
| 第3回 | 異なる図（死の受容過程と個別性における一般性）を同じ図として読み解く考え方 | 「感染」によって進化する学習の「転移」 |
| 第4回 | 自然科学と人間科学の統合を目指した学び方と教え方 | メタ学習による学び方と教え方 |
| 第5回 | 「生命とは何か」という問題にアプローチする方法と数学における解法 | 学ぶことと教えること、学ぶことと遊ぶこと、それらの本質的な同一性 |
| 第6回 | 絵を描くことと創造過程・パラダイムシフトの体験 | 学習と進化の相同性・発展と崩壊の関係性 |
| 第7回 | 一連の事象の図式化による学びの内在化 | 獲得形質の遺伝と方程式の理解 |
| 第8回 | 自身の理解状態の文章化と図式化・これまでの学びの省察 | 全員で発表と討論・意見交換 |
| 第9回 | 個人と集団の認識や理解についての相同性と相違性に関する討論 | 物の見方の転換から世界の見方が変わる体験 |
| 第10回 | 病の「構造」の形成過程と学ぶ過程の類似性 | 学びの内容にかかわらず学び方における法則性を自得することの重要性 |

IV-3. データ収集期間

令和5年4月11日～6月21日

IV-4. データ収集方法

「幾何学基礎（R5）」または「代数学基礎（R5）」の各授業回に学生から提出された「レスポンスカード」（授業後の学びの省察）を精読した。その上で、授業内容・方法に関する各学生の学びをデータとして収集した。授業回数は両科目とも15回（2単位）であるが、本研究では、両科目における1回から10回までの「レスポンスカード」（授業後の学びの省察）を分析対象とした。

IV-5. データ分析方法

「幾何学基礎（R5）」または「代数学基礎（R5）」の各授業回において各学生から提出された「レスポンスカード」（授業後の学びの省察）に記述された学びについて、記述を精読した上で、科目毎に意味のまとまり毎に抽出し、切片化したものをデータとした。次に、両科目の切片化したデータを総合し、共通性と差異性に注目して、授業回毎にカテゴリー化し、全ての授業回のカテゴリーについて共通性と差異性から統合分析を行った。

V. 倫理的配慮

本研究の対象とした2科目を受講した学生に対し、成績評価後に本研究の目的及び趣旨を口頭で説明した。成績評価後に研究目的を説明した理由は、成績評価に影響を受けない学びの記述を得るためである。次に、研究参加に関する自由意思の保障、研究参加を辞退しても成績等への不利益が一切生じることはないこと、匿名性の遵守についての倫理的配慮を伝えた上で、研究参加に同意が得られた者のレスポンスカードの学びの記述を分析対象とした。

VI. 研究結果

VI-1. 研究参加者

「幾何学基礎（R5）」履修者22名（A氏～V氏）及び「代数学基礎（R5）」履修者20名（A氏～T氏）。この内、U氏とV氏は、「幾何学基礎（R5）」のみの履修であった。

VI-2. 各授業回における学びの質的分析結果及び統合分析結果

各授業回における学びの質的分析結果については、表2に第1回授業の分析結果を例として示した。すべての授業回において同様に分析した。また、統合分析結果は、表3（84-85頁）に示したとおりである。

（以下、カテゴリーは〔 〕、統合カテゴリーは【 】, コアカテゴリーは《 》、レスポンスカードの具体的な記述は「 」で表記した。）

表2 授業回毎の「レスポンスカード」分析例（第1回授業後の学び）

| カテゴリー | レスポンスカードの記述例 |
|---|--|
| 無関係と思っていたことに全て繋がりがあるといふ新しい発見に感動 | 新しい見方に変わるのが日常でも行われると生活の新しい発見に繋がる。様々な繋がりに目を向けて新しい発見を多くしたい (a-2)、物の見え方、考え方は色々な物に繋がっていて影響を受けていることを知った (b-1)、固定観念を捨て、全く関係ないような事情をつなげることにより新たな発見に繋がることに感動 (d-1)、この世界で起こることについて、関係ないように思っていたことが全て何らかの線で繋がっていることにとても感動 (h-1)、物事は知らない内に共通点があり、共通点があることに気づくと解けなかったことも解くことができる (j-1)、木の枝分かかれと地震のような共通点を日々みつけてよう頑張りたい (j-3)、多面的に考えることの大切さ、結びつきを大事にして子どもたちに伝えたい (n-1)、「未知の未知」や「既知の未知」など、一見、対極にあるような考え方を繋げる考え方は必要 (j-1)、結びつきがない状態や対立しているものでもいざれ繋がることはフェルマーの最終定理でも同じ (n-1) |
| 一つの視点に囚われず多面的に捉えることを意識化することの重要性 | 先入観に囚われないために多方面からの見方を意識したい (c-1)、様々な視点を持ち物事に接することが大切 (d-2)、物事を考える際や見る際に新しい視点で見ることができそう (e-1)、物事はこうであると決めつけるのではなく、本当にこれよりよいのか、他の見方がないのかと考えてみると小さな発見に繋がる (g-1)、このようなことに気づくためには、多方面からの視点を考え実験してみる他ない。自分の世界に対する見方が変わった (h-2)、物事や問題を考える中で一つの視点に固定して考えても良い結論はでない (o-1)、机の相違の問題から、見た感じが正しいとは限らないことがわかった (p-1)、問題発見や問題解決において柔軟に考え、多くを見ないと答えに辿り着けないことも多くある (q-1)、仮面の話から、正解はこれだけではないと思うことが大事 (u-1)、0と無限という文字だけで数Ⅲと決めつけていたが、他の学生の考えを聞いて多くの考えがあることに驚いた。先人の書を読んでみたい (m-1)、0の無限性について多くの考えを聞いて勉強になったが、これらをついにまとめられると聞いて疑問に思った。しかし、講義を通して自分の思考の欠点に気づけた (t-1) |
| 不可能を可能にできる5段階・3飛躍・1理論を理解する過程で体験する「既知の未知」についての感動 | 5つのプロセスを経て、3つの飛躍に絞り行動することで不可能を可能に変えることができることにとても感動。(a-1)、「既知の未知」等、考え方が発見できてよかった。3つの飛躍がとても興味深かった (e-2)、「既知の未知」を改めて言葉として知ってみると、そのことの大きさや感動がある (f-1)、未知のものの答えを導く思考力が必要 (l-1)、教育における必須条件として、5つの過程を踏んだ非連続な3つの飛躍、一つの理論を重要視することが大切だとわかった (r-1)、「既知の未知」は友達になることで見えてくるものがあることと似ている (u-1)、既知の未知に気づくためにたくさんの経験を |

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

| | |
|--|--|
| | <p>し結びつけることが大切 (m-1)、NECTE 理論について、日常の全てにおいて通じることを知り、理解した時に大きな衝撃を感じた (n-2)、NECTE 過程の中の拡張と収斂、フラクタルについて自分の経験と深く共感でき「既知の未知」を感じた (o-2)、不可能を可能にできることを伝えられる教員になりたい (p-2)、教育における必須条件として、5つの過程を踏んだ非連続な3つの飛躍、一つの理論を重要視することが大切 (r-1)、NECTE は背理法との関係が深いのではないかと思った (a'-1)、悩みや難問に出会ったら NECTE 理論を用いて考え解決したい (e'-1)、一つの何もない課題から NECTE の否定が存在し、その否定から新たな提示がされるというところに0の無限の可能性があるのかも知れない (f-2)、0の無限性に関する自分の発言が曖昧で、「既知の未知」を身近に感じた (r'-1)</p> |
| <p>自分の考えや学びを3次元に図示できる数学の魅力</p> | <p>$(x + y)^2$ の証明に図形を用いる考えは思いつかなかった (b-3)、様々な過程を経て学習することがわかった (k-2)、自分の考えを3次元にまで表せることが魅力的 (a-3)、幾何学についても深く知りたいと思える時間だった (s-2)、学習を図示すると、自分の知らない世界が広がって驚いた (r-2)、学習するという一つの題を理解するためのイメージがまるで違うものだったので意外だった (l-2)、幾何学基礎とのつながりについて考えていくことが今後の課題 (p'-1)、学びとは何かという話を聞いて、創造的学習やシンボル化が大事だと思った (q'-2)</p> |
| <p>問題を解く際には部分と全体の関係を理解した上で直観も重視</p> | <p>プロセスは一方ではないので、直感的な結果からも考えたい (c-2)、部分と全体の関係をはっきりと理解できるように学んでいきたい (c-3) わからない問題も小さなスケールで考え失敗を恐れないようにしたい (m-3)、一つの問題に対してより深く考えることでより知識が増えることがわかり、とても良い時間だった (s'-1)</p> |
| <p>同じテーマで他の人の意見を聞くことができるグループワークの意義</p> | <p>同じテーマに対して一人ひとり違った意見があった発表こそが0の無限性であると思った (a'-3)、他の人の意見を聞いている時、どのような過程で結論に辿り着いたのかを考えながらまとめてみると理解でき、有意義な時間になった (c'-1)、自分とは全く違ったアプローチの仕方や観点を知ることができてとても有意義な時間だった (d'-1)、皆の前で自分の意見を伝えたことが嬉しかった (f'-1)、0の無限の可能性を議論して多くの意見が出たので、この点にも0の無限の可能性が秘められていると思う (g'-1)、0に∞の可能性があることを考えることは新鮮で、他の生徒の意見から新たな考えを得ることができた (h'-1)、0の無限の可能性について色々な考えが出されていることに無限が秘められているのではないか (i'-1)、$0 = \infty$とは決して言えるものではないが、意見が無限に出てくるので、これも0の無限性である (l'-1)、0の無限性を皆で考えた経験は、目標を立てて見通すことを意識して行動するという事に繋がっていくことがわかった (m'-2)、0について、他の人の意見を聞きとても楽しかった (o'-1)、0という数字の無限性について様々な考えがあるのだと思った (q'-1)</p> |
| <p>逆から考えることや失敗から学ぶことの意味</p> | <p>逆から考えることで気づくことはまだある (b-2)、失敗ありきで考えるのはとても良い。ゴールのない失敗から復活するという目標をリスペクト (d-3)、分かつと分らないは真反対のように見えて実が紙一重ではないか (f-2)、物の見方について少しわかった気がした。自分の直感だけを信じるのではなく深く考えてみることも大事 (k-1)、失敗することは良いことと理解 (j-2)、分からないことを結果から見ることによって新たな視点が生まれる (m-2)、本当にそれが正解なのかと疑う気持ちが大変。仮面の話は驚いた (v-1)、失敗から学ぶという意味がよくわかった。医療にも関連する (v-2)、発表に失敗したと思ったからこそ他の人の意見・考えをしっかりと聞いて学ぼうと思った (b'-1)</p> |

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

| | |
|-------------------------------------|---|
| <p>学びは歴史を集約させることという理解</p> | <p>星は歴史を空間的に表していると感じ感動したが、発展と崩壊が同時に起こっていることで動物の進化に近いと思った (a'・2)、学ぶということは歴史を集約させることという言葉に納得できた (c'・2)、問題集を解くという行為自体も何百年前にできた考えを無意識に使っているのだと思った (g'・3)、学びは新しい何かを習得するものだと考えていたが、過去の現在化、歴史の再編集という話を聞いて、考えさせられる授業だった (i'・2)、人の思考プロセスと進化プロセスが NECTE 理論に当てはまることを聞き、自分の世界が広がった (l'・2)、先人たちがどのように考えてきたのかを自分で体験することで新たな視点が増えるという (n'・2)</p> |
| <p>個人の人生経験や人間としての成長を考えさせられる授業時間</p> | <p>今まで自分なりに持っていた考え方や概念が正しいものなのかを考えさせられる内容で、すごく考える 90 分間の授業だった (i・1)、客観的かつ論理的に物事を判断することが教師としても人間の成長としても必要不可欠 (q・2)、人生経験につながるような講義で面白かった (t・1)、今まで数学の授業で不思議に思ったことや普段の生活で無意識に行っていることについて詳しく学ぶことが楽しみ (k'・1)</p> |
| <p>授業を受ける環境が変わると学習行動が変わり成長に影響</p> | <p>環境によってパフォーマンスが変わることを知ったので、自分に合った環境を探してみたい (a'・4)、授業を受ける環境が変わるとパフォーマンスも変わるという言葉に大事にしていきたい (d'・2)、環境が変わると行動が変わるといことで、先生が変わると生徒の授業に対する意欲が変わると思った (g'・2)、授業を受ける環境が変わると成長が変わるといことは確かにと考えた (j'・2)</p> |

VI-2.1. 各授業回における学びの質的分析結果

第1回授業のテーマは、幾何学基礎では〈学ぶことと創造することの同源性・NECTE 理論〉、代数学基礎では〈学習と進化の本質の相同性〉に関する講義と〈0（ゼロ）と無限の関係性という課題に関する自分の考えの発表〉であった。そのため、[無関係と思っていたことに全て繋がりがあるとい新しい発見に感動] [学びは歴史を集約させることという理解] [一つの視点に囚われず多面的に捉えることを意識化することの重要性] [逆から考えることや失敗から学ぶ意味] [不可能を可能にできる5過程・3飛躍・1理論を理解する過程で体験する『既知の未知』についての感動] [自分の考えや学びを3次元に図示できる数学の魅力] [問題を解く際には部分と全体の関係を理解した上で直観も重視] [個人の人生経験や人間としての成長を考えさせられる授業時間] [同じテーマで他の人の意見を聞くことができるグループワークの意義] [授業を受ける環境が変わると学習行動が変わり成長に影響] の10カテゴリーが抽出された。

第2回授業のテーマは、幾何学基礎では〈創造性と崩壊性の本質理解・パラ

ドックスの図示)、代数学基礎では〈先入観が解体する脱学習の体験〉であった。学びとしては、[パラドックスを図示する過程で得られる発見] [学習過程が人類の進化過程と共通していることを意識した学習] [見える部分から見えない部分へと物事を見る視点を拡大することが幾何学を学ぶ意味] [失敗経験から学ぶことで未来が進化し自己成長できることを実感] [NECTE 過程と背理法の関係の検討から学びの本質を理解] [左脳と右脳を共有させ数学的に絵の特徴を把握] [答えがわからない数式は小さな形から解きながら図を用いて答えを予測] [水平思考や垂直思考を駆使した熟考の大切さ] [グループ討議や発表を通してパラドックスに関する多様な視点の獲得] [数学的帰納法に気持ち悪さを感じた時はそのままにせず自ら検討する姿勢が大切] の10カテゴリーが抽出された。特に [数学的帰納法に気持ち悪さを感じた時はそのままにせず自ら検討する姿勢が大切] は主体的学習への気づきであり、第2回の授業の学びの特徴として抽出された。

第3回授業のテーマは、幾何学基礎では〈異なる図（死の受容過程と個別性における一般性）を同じ図として読み解く考え方〉、代数学基礎では〈先入観が解体する脱学習の体験〉であった。学びとしては、[解ける問題と解けない問題は新たな視点から統一可能] [幾何学に正解はなく目に見えない物を見る力が大切] [ストックディールの逆説を理解した上で教育方法への取り入れ] [死の受容過程と量的・質的研究過程にはNECTE過程が存在することを確認] [既知を用いてわからない問題をわかる体験] [2次元のグラフを3次元化して考えるという新しい体験でグラフの可能性が拡大] [問題から距離をとることや思考に感情を入れることで問題の見え方が変化] [興味深く達成感がある問題を解くことで味わう感動を伴う面白さ] [皆で意見を出し合い議論することで抱く学びのしっとり感] [80分間で見えていなかった別視点を獲得し頭の中に幾何学的図形をイメージ化] [奇跡の経験の存在を伝えられる教師像が目標] [グラフの足し算という方法を知りグラフの形がわかったことに感動] [教科書の知識の伝達よりも知識を得る方法を知る学びの重要性] の13カテゴリーが抽出された。特に、[奇跡の経験の存在を伝えられる教師像が目標] [グラフの足し算という方法を知りグラフの形がわかったことに感動] [教科書の

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

知識の伝達よりも知識を得る方法を知る学びの重要性]の3つのカテゴリーは、グラフの足し算という新たに獲得した知識を使ってグラフの形を理解できた自らの感動体験から、教科書の知識を伝達するのではなく、奇跡の経験の存在や知識を得る方法を知る学びを伝えることができる教師像を具体的にイメージ化できた学びが特徴的であった。

第4回授業のテーマは、幾何学基礎では〈自然科学と人間科学の統合を目指した学び方と教え方〉、代数学基礎では〈メタ学習による学び方と教え方〉に関する講義であった。学びとしては、[数学は未完成な芸術であり生き物であるという面白さ] [多視点で考えるという「『学び方の学び』への気づき] [自己・非自己を同定しNECTE理論を活用して学ぶことで得られる新発見] [自分たちは対象・主体であり、方法を持つので『既知の未知』に気づくことが学び] [代数学と幾何学を共存させることで光が見え、問題が解ける過程を体験する面白さ] [ピタゴラスの定理の証明を図式化すると理解しやすく面白さを実感] [式を解く過程で全くわからない状態からわかる瞬間に気持ちよさを体験] [多くの人と意見交換をすることで味わう課題への取り組みの達成感と楽しさ] [自分の存在を環境と捉えて双方向で伝え合う教育の重要性] [人（初学者）に説明する際には言葉をかみ砕くことや図示することが有効] [物事の判断や嗜癖に影響する内的要因の理解]の11カテゴリーが抽出された。中でも [人（初学者）に説明する際には言葉をかみ砕くことや図示することが有効] [物事の判断や嗜癖に影響する内的要因の理解]の2つのカテゴリーは、将来の教師像として、わかりやすい説明方法や初学者の学びに影響する内的要因を理解することの重要性を学んだことが特徴として挙げられた。

第5回授業のテーマは、幾何学基礎では〈『生命とは何か』という問題にアプローチする方法と数学における解法〉、代数学基礎では〈学ぶことと教えること、学ぶことと遊ぶこと、それらの本質的な同一性〉に関する講義であった。学びとしては、[棒であっても生命であっても不安定性においては同じメカニズム] [固定的な考えを捨て、日常の中に学びを発見] [棒を安定に立てるには過去の経験をもとにパラドックス的な見方で不安定性を活用] [自然科学の3つの仮定を理解した上で、人と人との関係に適用] [代数で考え幾何で検

証する面白さ〕[見る方向によって見え方が急に変化する事象は、学びと同じで3次関数で表現可能〕[グループ学習は自分の意見を崩壊させて作り変える学びの力〕[各グループが作成したグラフを用いて検証作業ができパラダイムシフトを体験]の8カテゴリーが抽出された。この回は、特に、[固定的な考えを捨て、日常の中に学びを発見]することでパラダイムシフトを体験する学びが特徴的であった。

第6回授業のテーマは、幾何学基礎では〈絵を描くことと創造過程・パラダイムシフトの体験〉、代数学基礎では〈学習と進化の相同性・発展と崩壊の関係性〉の講義であった。そのため、[砂山の問題を生命に結び付けて考えられない一面化した思考] [絵を逆さまに描くことで固定観念なくモードに入ることによって上手に描けることを体験] [『否定』から始める消しゴムを用いた絵の描き方] [他の知識と結びついた実践が学ぶことの意味] [絵を描く過程は創造過程の可視化] [代数と幾何を組み合わせることで得られる新しい発見] [パラダイムシフトを体験できなかった原因は固定観念の存在という気づき] [一つの問題でも様々な視点でイメージすることが大切] [学んだ知識を応用し、考え続けることが自己成長]の9カテゴリーが抽出された。この回は、固定観念を「否定」するために、逆さまに絵を描くことや消しゴムで絵を描く体験授業であったため、これらの学びが特徴的であった。

第7回授業のテーマは、幾何学基礎では〈一連の事象の図式化による学びの内在化〉、代数学基礎では〈獲得形質の遺伝と方程式の理解〉に関する講義であった。学びとしては、[有限の世界に無限の可能性が存在することへの驚き] [非連続の世界の中に奇跡の体験が循環] [サンマと人では異なるため需要と供給の関係についても多様な視点を持つことが重要] [鹿威しや砂山モデルは不安定状態が安定に持続することを前提とした生活の知恵] [ネガティブ・ケイパビリティ（すぐに正解を見いだせない状況に耐える「負の力」）が新しい発見や問題を解く力を促進] [『安定』について、動いている状態を安定と捉えるなど様々な考え方を理解] [全体の中に部分があり、当たり前を否定してみると新しい世界が創発] [理解することは異なるものの繋がりを自分自身で経験すること] [教師は己を知る軸を創ることが大切] [解き方を教えるのではな

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

〈解くきっかけを教える教育が学びを生み出すことを実感〉の10カテゴリーが抽出された。この回は、[ネガティブ・ケイパビリティが新しい発見や問題を解く力を促進] することの重要性や [解き方を教えるのではなく解くきっかけを教える教育が学びを生み出すことを実感] する学びが特徴的であった。

第8回授業のテーマは、幾何学基礎では〈自身の理解状態の文章化と図式化・これまでの学びの省察〉、代数学基礎では〈全員で発表と討論・意見交換〉というグループ学習であった。そのため、[パラダイムシフトと鹿威しの関係についての類似性への気づき] [先人の考え方を学べる環境の中で、学んだことに自分の色を追加] [物事を多様な角度から見ることに伴う幾何学の学びの難しさ] [有限の素材から無限を創発する過程はNECTE理論の応用] [フラクタル構造とNECTE理論の関係性を理解] [ヴィゴツキーの三角形に感じる心地よさを教育に活用] [思考の外の実測値を置き換えることにより有限値を得る意味を理解] [グループ内の意見交換で新しい発見が得られて学びが深化] [皆の発表から固定観念を取り払い、問題意識を持つことによるパラダイムシフトの体験] [問題解決や目標設定をグループで考える発想の重要性] [グラフの足し算・引き算などわからなかった時からわかった時の爽快感を体験] [4次関数のグラフを書くという初めての体験も今までの知識の活用でクリア] の12カテゴリーが学びとして抽出された。特に、グループ学習に関する学びが3カテゴリー抽出されており、グループ学習という方法を用いることにより、4次関数のグラフを書くという初めての体験も、今まで獲得している知識の活用でクリアできることを実感したという学びの特徴が挙げられた。

第9回授業のテーマは、幾何学基礎では〈個人と集団の認識や理解についての相同性と相違性に関する討論〉、代数学基礎では〈物の見方の転換から世界の見方が変わる体験〉であった。そのため、学びとしては、[1つのテーマに対して他のテーマも考えると新しい発見があり学びが深化] [動きのない2Dの関数ではなく、動かせる3Dの関数という数学の美しさを体験] [グラフで表すことで目に見えない現象も理解可能] [パラダイムシフトは認識のイリュージョンに気づくきっかけ] [安定・不安定とグラフの傾きの関係性を理解] [安定・不安定とグラフの意味を数式化] [異なる質問における共通点のみ

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

つけることが数学の問題を解く際に役立つ方法] [実際に手を動かし友人と話し合うことで正解が見えてくる充実した時間を体験] [数学は物の考え方の視点を提供する上で役立つことを初学者に伝達] [グラフで微積の関係やbの値の変化によるつながりを体験し学習意欲をアップ] [初めてカオスを学び、カオスはカオスのまま捉える必要性を理解] の11カテゴリーが抽出された。この回は、グループ学習で議論しながら、実際に手を動かしてグラフに値を入れながら動かせる3Dの関数を創る体験をすることで学習意欲が向上していたことが特徴であった。

第10回授業のテーマは、幾何学基礎では〈病の『構造』の形成過程と学ぶ過程の類似性〉、代数学基礎では〈学びの内容にかかわらず、学び方における法則性を自得することの重要性〉に関する講義であった。学びとしては、[進化・免疫・病気・老化・認識について今までの学びを絡めて思考] [進化は人間の成長に内包されており樹形図のようなネットワークが存在] [安定・不安定、連続・非連続は見る視点で変化] [自分なりの学習方法を身に付け、終わり（目標）から考えて学習内容を理解] [再現性のない現象を再現するカオスをみつけるための素材はこれまで学んだ知識] [病気と免疫の関係性を図示により理解] [中高では、（連立方程式の）解を出すという同時的思考のみだったことへの気づき] [シンプルな連立方程式から自分の手と頭を使ってカオス状態を初体験] [グラフを描き多くの値を入れてみることで可能になる安定・不安定の比較] [いつもとは異なるメンバーでのグループ学習の楽しさ] [教科書通りの内容を教えるのではなく数学の楽しさを伝える教師が目標] [同時的理解と逐次的に解を導く力をもつことで体験する新感覚の学び] の12カテゴリーが抽出された。この回も前回と同様の課題に取り組んだため、[シンプルな連立方程式から自分の手と頭を使ってカオス状態を初体験] し、大学における学びとして [同時的理解と逐次的に（連立方程式の）解を導く力をもつことで体験する新感覚の学び] という数学の楽しさを味わっていたことが特徴的であった。

VI-2.2. 学びの統合分析結果

統合分析では、第一段階では12の統合カテゴリーに集約された。すなわち、

【パラドックスに繋がりを見出す感動体験で得られる新発見】【学びは非連続の歴史世界における奇跡の体験】【物事を多様な視点から捉えることを意識化する重要性を体験】【失敗経験や終わりから考える学びによる自己成長】【有限の素材から無限を創発するNECTE過程は創造過程の可視化】【代数と幾何を組み合わせて自分の思考や学びを視覚化して表現できる数学の魅力】【問題を解く際は部分と全体の関係から様々な視点でイメージ化】【興味深く達成感がある問題を解く感動体験が個人的成長を促進】【グループ学習は意見交換や議論を通して多様な視点を獲得でき、パラダイムシフトやしっくり感を伴う学びの方法】【奇跡の経験の存在や数学の楽しさを伝える教師像が将来の目標】【グラフの加法・減法を学ぶ過程で抱いた爽快感が学習意欲を促進】【同時的理解と逐次的解法を用いて解くきっかけや知識を得る方法を学ぶ新感覚の教育】である。以下にそれらの統合カテゴリーの特徴を述べる。

① 【パラドックスに繋がりを見出す感動体験で得られる新発見】

これは、無関係と思っていた様々な事象間に全て繋がりがあることが感動を伴い体験的に理解できた途端に、他の事象間の繋がりが見えるという新たな発見を得るというカテゴリーである。この統合カテゴリーは、全ての授業回で記述が認められた。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」の学びとして、D氏は「固定概念を捨て、全く関係ないような事象をつなげることにより新たな発見につながることに感動」(d①-1)、H氏は「この世界で起こることについて、関係ないように思っていたことが全て何らかの線で繋がっていることにとっても感動した」(h①-1)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、M氏は「全く違うように見えて、実は表裏一体の関係にある。正常細胞とがん細胞が増えていくプロセスは同じと聞いて驚いた」(m'⑩-3)、P氏は「進化、免疫、病気、認識など、すべては全く関係ないものではなく、どれにも関係している」(p'⑩-2)と記述していた。

② 【学びは非連続の歴史世界における奇跡の体験】

これは、学びは過去の歴史を現在に集約させることであり、非連続の世界の中に奇跡の体験が循環していることへの理解が重要というカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」の学びとして、F氏は「今見ている事象と

全く別の事象、または昔から知っていて連続していたけど、気づかなかった事象が、ある瞬間につながって、新たな発見になる」(f⑦-3)、L氏は「物事は循環することが理解できた。1、2、3、4の話を理解する時、バラバラの情報を繋ぎ合わせるのではなく、『1』の積み重ねであること、『1』が同一のものではなく、自分のものである考えに、人から得たヒントや考察など、新たな知識を得る繰り返しでもある」(l⑦-1)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、G氏は「問題集を解くという行為自体も何百年前にできた考えを無意識に使っているのだと思った」(g①-3)、I氏は、「学びは新しい何かを習得するものだと考えていたが、過去の現在化、歴史の再編集という話を聞いて、考えられる授業だと思った」(i①-2)と記述していた。

③【物事を多様な視点から捉えることを意識化する重要性を体験】

これは、物事を捉える際は、一面化した認識ではなく多様な視点から捉えることを意識化することの重要性を体験する学びというカテゴリーである。この統合カテゴリーは、全ての授業回で記述が認められた。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」では、G氏は「物事はこうであると決めつけるのではなく、本当にこれでいいのか、他の見方がないのかと考えてみると、小さな発見につながる」(g①-1)、H氏は、「このようなことに気づくためには、多くの体験をし、多方向からの視点を考え実験してみる他ない。自分の世界に対する見方が変わった」(h①-2)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、Q氏は、「2つのグラフと式を組み合わせると新しい答えを出すことは、数学以外でもよくあることかなと思った。一つのグラフや式だけに囚われすぎると次に進めないことを学んだ」(q④-2)、D氏は「固定概念で考えると考える幅、可能性が狭まるが、簡単に固定概念をぬぐうことができない自分がある。授業の中で失敗体験を繰り返すことで進化していきたいし、頭の中の思考のベクトルを増やし、多角的な思考を身につけていきたい」(d⑥-2)と記述していた。

④【失敗経験や終わりから考える学びによる自己成長】

これは、成功した経験ばかりでなく失敗経験からも学ぶことや、終わり（目標）から考える学びが重要であり、自己成長をもたらすことを理解したというカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」では、A氏は「『失敗か

ら学ばなければ学ぶことに失敗する』という言葉が印象に残った。周りの意見に流されることなく、自分が疑問に思うことは失敗経験を重ね、納得のいく意見に気づくことが大切」(a②-2)、C氏は「背景を先に塗ってから消しゴムで描いていく方法は、数学の時に先に答えを見てから途中式を考える時の感覚と同じ」(c⑥-3)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、Q氏は「学ぶとはたくさん成功と失敗を繰り返していく中で成長していくもので、自分のできる限界を上げて自分の力としていくこと」(q②-3)、H氏は「鹿威しは不安定状態が安定に持続していることがわかった。このことを3次関数で表すことができることから、現代社会におけるどの事柄もグラフで表すことができると思った」(h'⑦-2)と記述していた。

⑤【有限の素材から無限を創発するNECTE過程は創造過程の可視化】

これは、有限の素材から無限を創発するNECTE過程が創造過程の可視化であることを理解したというカテゴリーである。この統合カテゴリーは、全ての授業回で記述が認められた。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」では、A氏は「今、特定されている有限の世界でもNECTE過程により未来は無限の世界となっているかもしれない。その繰り返しが理解することにつながるのではないか」(a⑦-3)、D氏は「NECTE過程を頭に入れて考えるだけで物の見方が広くなることを実感。長い歴史の圧縮物を自分たちは取り扱っているという意識が大切」(d④-5)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、N氏は「NECTE理論と背理法との関係についてとても納得した。世の中にある事象や定理を一度否定して、新たな視点から考えることで、考え方(思考)に足し算、引き算、掛け算、割り算をすることが大切」(n'②-2)、O氏は「学ぶことを学ぶということについて、自分なりにじっくりと考えることができた。学ぶ対象は無限で、方法は有限なので、NECTE理論によって他の分野とつながり、ここに学びの本質がある」(o'②-1)と記述していた。

⑥【代数と幾何を組み合わせ自分の思考や学びを視覚化して表現できる数学の魅力】

これは、代数学と幾何学の知識を組み合わせ自分の思考や学びを視覚化して表現できるという数学の魅力を学んだというカテゴリーである。この統合カ

テゴリーは、全ての授業回で記述が認められた。具体的には、「幾何学基礎（R5）」では、R氏は「学習を図示すると、自分の知らない世界が広がって驚いた」（r①-2）、C氏は「ヴィゴツキーの三角形は、視野を広く持つためのテクニックを要約して図式化しているようでとても良い」（c⑧-2）と記述していた。「代数学基礎（R5）」では、A氏は「代数学と幾何学を共存させて考えると解けるとい現象が起こることがわかった」（a'④-1）、O氏は「代数で考えて、幾何で検証する具体的な方法を試すことができて面白かった」（o'⑤-2）と記述していた。

⑦【問題を解く際は部分と全体の関係から様々な視点でイメージ化】

これは、数学の問題を解く際は、部分と全体の関係を考えながら様々な視点でイメージ化すると良いことを学んだというカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎（R5）」では、M氏は「わからない問題も小さなスケールで考え失敗を恐れないようにしたい」（m①-3）、P氏は「問題にあたり続けるだけでなく、離れることも必要。生活の中に当たり前にあることの中に大事なことが隠れている」（p③-1）と記述していた。「代数学基礎（R5）」では、J氏は「いきなり大きな形から解いていくのではなく、小さな形から解いていく。式では予測できない時は図を用いて考えてみると別の考え方で物事を組み合わせることが大事」（j'②-2）、C氏は「一部を捉えるために全体を見ないといけないということを数式で表したのが微積分。そこから微積分の必要性がわかった」（c'⑦-3）と記述していた。

⑧【興味深く達成感がある問題を解く感動体験が個人的成長を促進】

これは、興味深く、達成感がある数学の問題を解くという感動体験が個人の成長を促進するというカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎（R5）」では、I氏は「今まで自分なりに持っていた考え方や概念が正しいものなのかを考えさせられる内容で、すごく考える90分間の授業だった」（i①-1）、Q氏は「客観的かつ論理的に物事を判断することが教師としても人間の成長としても必要不可欠」（q①-2）と記述していた。「代数学基礎（R5）」では、T氏は「今回の授業は単純に面白くて楽しかったし、『あ〜』となることが多く、次回の授業が楽しみ。理解していくのがすごく面白く、今までのよくわからないこと

が一気に解決しそうな気がした」(t'③-1)、C氏は「最後のグループ（学習）でわかった時と、その関係性が理解できた時に爽快感を抱き、数学の面白い部分を久しぶりに感じる事ができたので、将来こういうことが教えられたいいなと思う」(c'④-3)と記述していた。

⑨【グループ学習は意見交換や議論を通して多様な視点を獲得でき、パラダイムシフトやしっくり感を伴う学びの方法】

これは、グループ学習はグループメンバー間の意見交換や議論を通して多様な視点を獲得できる学習方法であるため、パラダイムシフトやしっくり感を伴う学びができるというカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎（R5）」では、C氏は「人と意見を交換することや発表することで、一人では難しい色々な視点を持つ可能性がわかり、しっくりした気持ちになった」(c'③-1)、D氏は「グループ討議や発表を通して、各自のパラドックスについての視点に触れることができ、有意義な時間だった」(d'②-1)と記述していた。「代数学基礎（R5）」では、E氏は「他の人の考えがわかり、自分にはなかった考え方など様々なことが吸収できる有益な90分だった」(e'②-1)、G氏は「皆と話し合って答えを求めることで、こういう考え方があるのかと、自分が思っていた世界が広がるので良かった」(g'⑧-3)と記述していた。

⑩【奇跡の経験の存在や数学の楽しさを伝える教師像が将来の目標】

これは、2科目の授業を通して、将来の目標として、奇跡の経験の存在や数学の楽しさを伝えることができる教師像を明確に描くことができたというカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎（R5）」では、G氏は「今日の授業で培った視点は、教える際にも、より数学を楽しんでもらえるように活かすことができるのではないか。この授業がなかったら、教科書通りの内容や解答を教えていたかも知れない。こういう見方を考えることができるからこそ、数学が楽しいものだと思う」(g'⑩-2)、M氏は「奇跡の経験については、昔の人ができなかったことを私たちはできていることから、やればできるということ伝えられる教師になりたい」(m'③-1)と記述していた。「代数学基礎（R5）」では、F氏は「知識・実践・存在・発展をまとめると『成長すること』。成長するためには、今、自分がどれだけできて何が足りないのかを客観的に見るこ

とから始めなければならない。そして、世界にどれだけ還元できたのかを見てさらなるスタートが切れる」(f'⑦-1)、G氏は「環境が変わると行動が変わるということで、先生が変わると生徒の授業に対する意欲が変わると思った」(g①-2)と記述していた。

⑪【グラフの加法・減法を学ぶ過程で抱いた爽快感が学習意欲を促進】

これは、グラフの加法・減法について初めて学ぶ過程で理解できた時の爽快感が学習意欲を促進するというカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」では、G氏は「 $f(x)$ のグラフで、 x_0 をどんどん増やしていくと安定点に近づくのはわかった。このグラフから代数学で学んだ『鹿威し』『砂落とし』『心臓の鼓動』に似ていると思った」(g⑨-2)、K氏は「グラフを書いた時、最初はわけがわからなかったが、少しずつ説明を聞いたらどんどん解けていって爽快感がすごかった」(k⑨-2)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、D氏は「グラフの足し算で、一見、グラフに表せなさそうな数式がグラフに表せるようになる。これからより一層グラフを用いていきたい。想像力や多角的視点を培っていている実感があった」(d'③-2)、K氏は「分からなかった問題が分かったときの爽快感は改めてすごく気持ちがいいと感じた」(k'⑧-3)と記述していた。

⑫【同時的理解と逐次的解法を用いて解くきっかけや知識を得る方法を学ぶ新感覚の教育】

これは、同時的理解と逐次的解法を用いて、単に問題の解を求めるだけでなく、問題を解くきっかけや知識を得る方法を学ぶという新しい感覚の教育が重要というカテゴリーである。具体的には、「幾何学基礎 (R5)」では、D氏は「知識の伝達より、知識を得る方法を教わる方が学びの可能性が広がる。有限の物の扱い方を工夫することで無限の可能性が広がることが学びにおいて重要」(d③-4)、M氏は「同時的だけでなく、逐次的にグラフを考えて解いていきたい。解として安定している箇所と不安定に見える箇所があり、それをまたグラフにして考えてみると振動は安定していてすごく不思議で面白かった」(m⑩-3)と記述していた。「代数学基礎 (R5)」では、A氏は、「今まで4次関数のグラフを書いたことがなかったが、知っている知識を使用すれば問題が

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

解けて、自分が持っている力が想像を超えてきた。この体験にはとても感動した」(a'⑧-3)、J氏は「解き方を教えるのではなく、解くきっかけを与えるということが本当にそうだなと思った」(j'⑦-1)と記述していた。

これらを授業回毎にカテゴリー数の多い順に整理してみると（表3）、全ての授業回の学びとして記述が認められたのは、【パラドックスに繋がりを見出す感動体験で得られる新発見】【物事を多様な視点から捉えることを意識化する重要性を体験】【有限の素材から無限を創発するNECTE過程は創造過程の可視化】【代数と幾何を組み合わせ自分の思考や学びを視覚化して表現できる数学の魅力】の4つの統合カテゴリーであった。また、8回の授業の学びとして抽出されたのは、【問題を解く際は部分と全体の関係から様々な視点でイメージ化】【グループ学習は意見交換や議論を通して多様な視点を獲得でき、パラダイムシフトやしっくり感を伴う学びの方法】であった。7回の授業の学びとして抽出されたのは、【失敗経験や終わりから考える学びによる自己成長】【同時的理解と逐次的解法を用いて、解くきっかけや知識を得る方法を学ぶ新感覚的教育】であった。6回の授業の学びとして抽出されたのは、【学びは非連続の歴史世界における奇跡の体験】【興味深く達成感がある問題を解く感動体験が個人的成長を促進】【奇跡の経験の存在や数学の楽しさを伝える教師像が将来の目標】であった。【グラフの加法・減法を学ぶ過程で抱いた爽快感が学習意欲を促進】は、3回の授業の学びとして記述されていた統合カテゴリーであった。

VII. 考察

VII-1. 「幾何学基礎」「代数学基礎」における学びの構造

統合分析によって集約された12の統合カテゴリー間の関係性をさらに意味づけ分析しカテゴリー化してみると6つのコアカテゴリーに集約された。それらを構造化した結果は図2のとおりである。

学びの中核には、全ての授業回で学びとして記述されていた感動体験である《多様なパラドックスが繋がる新発見》を配置した。この多様なパラドックスとして記述されていたのは、部分と全体、有限と無限、多様な視点、失敗体験

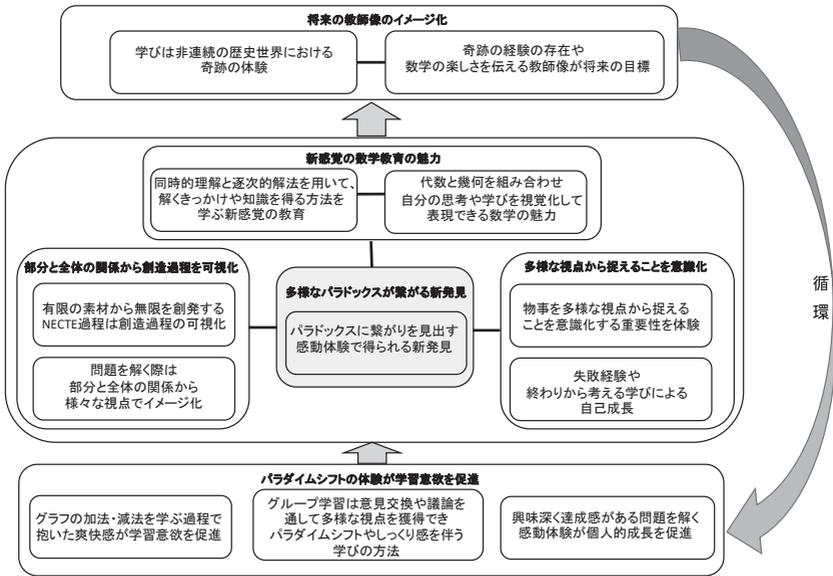


図2 「幾何学基礎」・「代数学基礎」における学びの構造（統合カテゴリー間の関係性）

や終わりから考えること、同時的理解と逐次的解法、代数と幾何であった。これらは、《部分と全体の関係から創造性を可視化》する学び、《多様な視点から捉えることを意識化》する学び、《新感覚の数学教育の魅力》についての学びという3つの学びとして整理できた。そのため、これらを中核となる学びの周囲に配置し、実線で結んだ。

次に、学習意欲を促進する体験として、わからない状態からわかる状態に移行する際に抱く爽快感やしっくり感、課題の興味深さや達成感があり、グループ学習や体験学習という方法によって個人的に成長していた。そのため《パラダイムシフトの体験が学習意欲を促進》を図2の基盤となる下部の位置に配置した。

これらの学びを自分自身が体験したことで、奇跡の経験や数学の楽しさを伝えることを目指す《将来の教師像のイメージ化》につながっていた。そのため、この学びを図2の未来を表す上部の位置に配置した。そして、将来の教師

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

像のイメージ化がさらなる学習意欲を促進する。この循環過程を明確に表現するため、上から下へ向けた大きな矢印を加えて構造化した。

本研究の結果、レスポンスカード（授業後の学びの省察）の記述から抽出された「幾何学基礎（R5）」と「代数学基礎（R5）」を学ぶ教授・学習過程の本質は、数学教育において、「0（ゼロ）と無限の関係」や「数学と生命現象」など、これまでは全く無関係で対立すると捉えていた事象間に様々な繋がりがあることを自ら発見するという感動体験を繰り返す学びがもたらす自己成長であることが示唆された。

この感動体験には、わからない状態からわかる状態に飛躍する際に抱く爽快感やしっくり感、課題の興味深さや達成感が伴っていた。これらは、学習を促進する「内発的発展」と言える（川勝・鶴見, 2008）。両科目では、共創的教授・学習方法として、講義だけでなく、双方向のグループ学習や自らの手と頭を使う体験学習が適宜、組み合わせて用いられていた。このような教授・学習過程を学生自身が体験することで得た感動を、他者（初学者である生徒）に伝えることができるような将来の教師像として具体的にイメージ化することを助け、さらなる学びへと学習意欲を高めることにつながり、その結果、学びの過程が循環していた。この学びの循環過程は、まさに「自己・非自己循環過程」（村瀬他, 2000, 2022）であると考えられる。すなわち、図2は、数学と生命現象との相似性・相同性に基づき学生が発見的に学ぶことを目指した教員と学生、学生と学生の対話による共創的教授・学習方法のモデルとして捉えられる。

Ⅶ-2. 経時的学びの深化と「幾何学基礎」「代数学基礎」を統合した学びの特徴

授業回毎の経時的学びを概観すると、全ての授業回で、様々なパラドックスの繋がりを見出す感動体験が記述されていた。すなわち、安定・不安定、連続・非連続など、一見、対立しているように見える現象も見る側の視点をどこに置くかによって変化するという感動体験をもとに、物事を多様な視点から捉えることの重要性を学んでいた。

特に、授業回後半の学びでは、学習意欲を促進する学習方法として、共創的対話であるグループ学習を効果的に活用することや、教科書通りの内容を教え

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

る知識の伝達という説明方式の学びから、問題を解くきっかけや知識を得る方法の学び、爽快感を伴う新感覚の学びへと学びが深化していたことが特徴的であった。近年、我が国でも主体的学習による理解・思考力向上を図る学習方法としてアクティブ・ラーニング（active learning）の導入による教育効果が検討されている。文部科学省の定義によれば、アクティブ・ラーニングには、「発見学習、問題解決学習、体験学習、調査学習などが含まれ、その他、教室内でのグループ・ディスカッションやグループ・ワーク等も有効な方法である」とされている（浅村, 2020）。これらの学習の特徴は、単なるグループという形式を用いた学習ではなく、学習者同士が互いに助け合って「教え合い、学び合う」相互作用が存在することであり、理解度や記憶定着の面でも優れていることが報告されている（浅村, 2020）。すなわち、グループ学習における学習者同士の「教え合い、学び合い」の過程は、学習者同士の対話を促進し、教室内での居場所作りにも影響する共創的教授・学習過程であると言える。

また、本研究で爽快感を伴う「新感覚の学び」が得られた理由については、ブルーナーの『教育の過程』（2014）における以下の記述との関連があると考えられる。

「生徒に難しい教材の単元をやりとげさせる方法の一つは、自分の全力を行使する機会を与えて彼を励まし、彼が完全に、また効率的にやりとげることの喜びを発見させることである。よい教師はこの魅力のもつ力を知っている。問題に完全に没頭することがどんな感じのものを生徒は知らなければならない。このような感情を学校で経験することはめったにない。もしも学級で十分に没頭したら、そのような感情を自分自身でやらなければならない仕事にもちこむこともできる生徒もあろう」（63-64頁）

すなわち、本研究で対象とした2科目では、固定観念を捨てて問題に完全に没頭する時間が持てるような課題を提示することや、これまで学習した知識（既知）を基に、自らの手と頭を使って問題を解くことを最後までやり遂げ、そのプロセスに喜びを感じることができるといえるような教材を準備していた。このよ

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

うな教材を構造化する準備性によって、学習者が初めて直面する難しい問題であっても、爽快感を伴う「新感覚の学び」を体験することにつながったと言える。この「教材を構造化する準備性」について、フランスの認知神経科学者であるドゥアンヌ（2021）は、次のように述べている。

「教師は生徒に、順序よく、できるだけ早く頂上に導けるように意図された、明瞭な構造を持つ学習環境を提供しなければならない。教えるための最も効率的な方針は、生徒に能動的に関与する気を起こさせつつ、よく考えられた教育的進行を提供し、それに教師が細かく流れを与えることだ。…〈中略〉…。上手な教師は、基礎から始まる明瞭で厳密な手順を提供し、つねに生徒の習熟度を評価し、生徒に意味のピラミッドを築かせる」（243頁）。

すなわち、生徒が能動的に問題を解くまで見守る姿勢だけが発見学習ではなく、生徒が能動的に問題を解けるように導く構造化した教材を準備することが発見学習の教育効果を高める鍵ということである。

この「生徒が能動的に問題を解けるように導く構造化した教材の準備」ということについては、「整備された環境の提供」と「自由の保障」という二条件を支柱として開発されたモンテッソーリ法にも同様の考えを認めることができる。モンテッソーリ法は、マリア・モンテッソーリ（1870-1952）によって開発され、1907年から実践された教育法である（スタンディング, 1988）。モンテッソーリは、イタリア生まれの医学者であり、幼児教育者でもある。彼女は、医師として精神薄弱児の問題に取り組む過程で、「子どもは総べて、生まれながらにして自ら成長発達して、一人前の人間になる生命力を備えている。その子の内に具わる内的生命力が、その人の人格を形成する原動力である」（市丸他, 1987, 上巻19頁）と考え、特に、幼児教育において、整備された環境の中でその自由を保障し、集中できる教具を使用して、思う存分に自主活動をさせる教育を行った。その過程で、子どもは正常化し、自制心と自律心が生じ、社会性も育ち、自分で自分を教育するようになることを発見した。

この人間の内なる生命力（自然治癒力, レジリエンス）を開花させるための

環境整備については、看護学の創始者であるフローレンス・ナイチンゲールが、『看護覚え書』（湯楨他, 2001）の中で提唱した看護の定義、すなわち、「患者の生命力の消耗を最小にするよう環境を整えること」と同義である。すなわち、教育と看護は対人援助の学問であるが故に、基盤となる哲学は同型なのである（村瀬, 村瀬, 2014b, 2020b, 2021a）。

我が国では、板倉聖宣（1930–2018）が1963年から教育内容と方法の革新的展開を目指した仮説実験授業を提唱している。仮説実験授業を行う際には、授業内容について洗練した「授業書」という形で教材の構造化に取り組むことが重要であると指摘している（板倉, 2011; 村瀬他, 2017）。仮説実験授業は、科学上の最も基本的な概念や原理・原則を教えることを意図した授業であり（板倉, 2011, 23頁）、一つの問題に対して提示された選択肢の中から「予想」を立て、その理由を「討論」し、「実験」してみるという過程を繰り返し、その結果、感動的に理解できるという学習方法である。そのため、どんなことをどういう順序で教えたらよいかということは、そう簡単には決められないという（板倉, 2011, 11頁）。従って、「授業書」は、多くの教員によるたくさんの授業内容の評価を基にして作成されるのである。本研究で研究対象とした2科目の授業は、新設コースにおける初めての教育実践であった。教材を洗練・構造化して教育実践を積み重ねることは今後の課題である。

もちろん、この教材の構造化については課題もある。この構造化された教材に集中し、学ぶことができる学生は、その後の学生生活においても能動的に学ぶことが期待できる。その一方で、集中できない学生には形式のみが伝わり、受動的な学びに終始してしまうことも危惧される。学びや日常生活経験において創造性を発揮するためには、前述したNECTE過程（村瀬, 村瀬, 2020b, 2021a）を経験することが必要である。教師の説明を鵜呑みにすることなく、一旦、これまでの学びや経験を否定した上で、自ら考え、多様な経験を重ね、自己の軸を確立する段階で新たな考えを生み出す飛躍を期待したい。

また、本研究の特徴として、数学の楽しさや美しさを伝えることができるような具体的な教師像を目標として思い描くことができ、己の軸を創ることを大切にしたいという記述が認められたことを指摘したい。これは、経済学の分野

で「小さなきっかけで、自発的な行動変容を促すアプローチ」として提唱されたナッジ理論（セイラー，サンスティーン，2017）にも通底する学びである。本研究においては、代数の問題を解くきっかけについてのヒントやアドバイスの提供という、ほんの少しの教員の後押しで、学生が主体的に手と頭を使い、他の学生と協力しながら問題を解くことができていた。その過程で、数学の楽しさや論理の美しさを体験していたのである。

稲葉（1075）は、「数学の教授は単に数学的思考の結果を注入するのではなくて、数学的秩序の神秘にうたれ、その秘密の発見に進んでいくような数学的思考の方法を教えなければならない」と述べている。本研究においては、稲葉が指摘するような、「数学的秩序の神秘にうたれ、その秘密の発見に進んでいくような数学的思考の方法」に関する教授・学習過程があったからこそ、数学の楽しさや美しさを伝えることのできる将来の教師像を学習者が思い描くことに繋がったと考えられる。

教員が情熱的に教え、学生が意欲的に学べる発見学習においては、数学発見の歴史を体験的に辿り直すことが必要・不可欠である。なぜなら、数学者は、数学発見の歴史において、(1) まず「直観的」に結論を見抜き、(2) 次に「論理的」に証明を与えてきたからである。ところが、これまでの数学教育では(2)に重点が置かれ、(1)の重要性が見落とされてきた。本研究の対象とした「幾何学基礎 (R5)」、「代数学基礎 (R5)」では、数学の歴史を体験的に辿り直すことで、粘り強く考え抜く人間性を育み、数学的問題のみならず、日常的問題や病からの回復過程等との同型性（村瀬他，2014b）を、体験を通して直観的に把握可能とする授業を行った。その結果、受講した学生は、用いられた数学を含む様々な分野の課題や教材から、非連続の歴史世界における奇跡の体験を積み重ねることで歴史を集約し、自身の経験と知識に基づいて考えを巡らすようになり、新たな着想を直観的に思い浮かべる学びを得ていた。

このことから、学生が粘り強く考え抜き、自分の力で数学の面白さを発見することは、数学の学習面ばかりでなく、将来、教員として数学を教授する際にも重要な動機づけになることが示唆された。この「粘り強く考え抜く」力は、すぐに正解を求めるのではなく、答えの出ない事態に耐える「負の力」、すな

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

わち、「ネガティブ・ケイパビリティ」（帯木, 2019；松木, 2022）と考えられ、「正の力」であるレジリエンス（弾力性・回復力）を発揮する上で必要な能力である。

実際に発見学習を展開するためには、「担当教科の背後にある専門的学問に関して、専門的研究者と比肩しうる知識をもち、自らが探究者としての性格をもつ教師が必要である（稲葉, 1975）。なぜなら、「各々の学問分野において最新の知識を開拓する第一線の科学者が従事している探究過程と、構造化された教材を学習している生徒の遂行する探究過程は、共に新しい真理の発見に向かう過程として論理的に同一の構造をもつ」からである（稲葉, 1975）。

本研究においても、教科を担当する教師自身が、教授内容について一探究者としての知識を持ち、過去に悩みながら未知なる問題を解いたという奇跡的体験を有していた（Murase, 1992）。そのために、第一線の科学者が従事している探究過程を、学習者の遂行する探究過程として落とし込み、具体的に提示することが可能となったのである。現行の教育実践において発見学習を教授するためには、稲葉の指摘のように、自らが探究者としての性格をもつことが教員の資質として必要になると考えられる。

著者らは、各自が構築した理論に基づいて、それぞれの専門分野で30年以上の教育活動を実践してきた。その過程で、教室での座学ばかりでなく現実世界をより良く生きるための実践的学びへ、一人の学びばかりでなく他者と共創する学びへと、学びの場・方法・主体・未来を柔軟に創造することの重要性を痛感した。この学びの場・方法・主体・未来を柔軟に創造することのできる「総合知」（内閣府2022年中間とりまとめ）を学ぶためには、生命の持続可能性（村瀬, 2000；村瀬他, 2022a）、創造性リテラシーと学習過程の相同性（村瀬他, 2018b）、学びの失敗と病の発症の共通性（村瀬他, 2014b）、「既知の未知」、「未知の未知」等の未知と既知をどのように繋げて問題解決としての未来創造を目指すか（村瀬他, 2020a, 2020b, 2021b）といった共創的教授・学習過程が不可欠と考える。

今後は、本研究で構築した共創的教授・学習方法のモデルを実際の中等数学教育課程における教育実践に適用し、モデルの検証・洗練を目指し、研究を継

続していきたい。

Ⅶ-3. 激動の時代生き抜く「未来共創」の智慧

この激動の時代、これまでの安定した時代に成功をもたらした、一度に一つの状況のみを扱う縦割りのアプローチは、ほとんど機能していない。それどころか、事態を改善すべき懸命な努力が、新たな問題を創り出している（センゲ, 2011）。確かに、複雑なシステム世界を理解するためには、それに匹敵する複雑システムを思考方法とする必要がある。これが、複雑システム思考である（マインツァー, 1997）。ところが、同じ思考方法を用いても必ずしも同じような効果が得られなかった（シャーマー, カウファー, 2015）。その理由は、私たちを取り巻く世界が、私たち人類を巻き込んだ巨大生命体の様相を呈しはじめていたからである（Capra and Luisi, 2014; メドウズ, 2015; エンゲストローム, 2018）。

問題の本質は、世界を物質（要素）からなる複雑な集合体として捉えて、物質還元論を使用したことにある。そうではなく、世界を微生物から人類や動植物を含む多様な生命（過程）からなる巨大生命体として捉えて、生命還元論を用いる必要があったのである。世界は「死んだ物質」の集合ではなく、「生きた生命」からなる生きた巨大システムなのである。この観点に立つと、「問題を創造的に解決できない真の原因が教育制度にある」という品質管理革命のバイオニアとして知られているW・エドワード・デミングの言葉（P・センゲ『学習する組織』序文、参照）に思い至る。歴史を振り返るまでもなく、創造的な問題解決が求められる危機に直面して、人類は繰り返し失敗してきた。その理由として、デミングが指摘しているのは、人格形成の重要な時期に学校教育の型どおりの体験を通して、変革を望まない固定的な思考・行動パターンが学習され埋め込まれてしまい、教室外で想定外事態が起りつづける日常的な環境には適応できなくなってきたことである。

確かに、学校では知識を教えるが、その活用方法を教えないと批判されてきた。その批判に答えるため、① 何を学ぶかという「知識の習得」に偏重した Knowing（知識）教育から、② 学んだ知識をどのように活用するかという「知識の実践」に重点をおいた Doing（実践）教育へと観点は移行した。とこ

ろが、先に指摘したように、「同じ方法を用いても、人によって学習効果があったり、なかったりする」という、大きな疑問が残った。その疑問に対する答えを模索する過程で、③ どのような動機付けを持って学ぶかという学習者の内面的なこころの状態が、教育効果の有無を決めていることが明らかになった。

例えば、ハーバード大学・ビジネススクールのプログラムでは、現代のように、答えのない世界を生きる上で、自分の価値観や考え方の理解を深めて、自分が何者であるのかという「在り方を知る」ためのBeing（在り方）教育の必要性が説かれている（九門, 2021）。なぜなら、変化し続ける世界にあって、知らないことを学ぶばかりではなく、どこまでも学び続ける動機付けが学習効果を左右する鍵となるからである。そのためには、ゆるぎない価値観、信念、何を大事にしているかなど、いわゆる「自分の軸」を創り、それを明確に表現できるようにしておくことが必要となる。

このように、ここ数十年の教育現場での教育観点の変遷は、①「知識（Knowing）の教育」から②「知識実践（Doing）の教育」へとシフトし、さらに③「在り方（Being）教育」、すなわち、「自分は何者なのか」「人間であるとはどういうことか」という人間性の核心に迫る教育へとシフトしてきた。「在り方（Being）教育」によって、自己についての理解が深まると、自己と考え方の違う他者とも共感できるようになる。それによって、今度は自己が変わり、ひいては世界を変える可能性が拓かれる。なぜなら、私たち人間は世界を創り出しながら、その創り出した世界によって私たちが創られる循環過程—すなわち、「自己・非自己循環過程」（村瀬, 2000; 村瀬, 村瀬, 2022a）—を生きているからである。

つまり、私たち人間は世界に属し、世界の中で自己を知り得て、その過程を通して、自己が変わり、ひいては世界も変わりうる。ここに、④ 私たち人間が変容するという、終わりなき「成長をうながす（Becoming）教育」の必要性が見えてくる。Becoming教育における重要な観点とは、何だろうか。従来までの教育（①-③）では、時間・空間の世界を思惟の対象とした上で、その世界で成し遂げた結果にばかりとらわれていた。Becoming教育では、そのよ

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

うな観点ではなく、時間・空間の世界と共に自在に生き続ける「共創」の過程への参加が重要視される。なぜなら、世界の中であって、自己が変わることで、新たな状況に適した意味や価値を創り続けようとすることで世界を変え、自己の終わりなき成長を促す契機になるからである。

本稿は、こうした自己成長の可能性を、高等教育現場における数学教育において、生命現象に基づいた教育方法の開拓という観点からの試みと捉え直すことができる。

Ⅷ. 本研究の限界と今後の課題

本研究では、授業回毎に提出されるレスポンスカード（授業後の学びの省察）の記述を各学生の学びの表現と捉えて分析データとした。しかし、言語として表現できない内在化した段階の学びもある。これらを捉えきれていないことが本研究の限界である。今後は、内在化した学びを理解するための工夫として、個別に学生にインタビュー等を行うことも検討課題である。また、本研究の対象とした「幾何学基礎（R5）」「代数学基礎（R5）」の2科目は、令和5年度から新設した科目であるため、今後も授業実践を積み重ね、本研究を発展的に継続していくことが必要である。

Ⅸ. 結論

統合カテゴリー間の関係性をさらに意味づけてみると《多様なパラドックスが繋がる新発見》を中核とした自己成長をもたらす6つの学びに集約され、数学教育における共創的教授・学習方法をモデルとして構築することができた。

授業回毎の経時的学びでは、全ての授業回で、様々なパラドックスの繋がりを見出す感動体験が記述されていた。すなわち、一見、対立しているように見える現象も見る側の視点をどこに置くかによって変化するという感動体験をもとに、物事を多様な視点から捉えることの重要性を学んでいた。特に、授業回後半の学びでは、学習意欲を促進する教育方法として、共創的対話であるグループ学習を効果的に活用することや、教科書通りの内容を教える説明方式の知識の伝達ではなく、問題を解くきっかけや知識を得る方法の学び、爽快感を

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

伴う新感覚の学びへと学びが深化していた。さらに、数学の楽しさや美しさを伝える教師像を将来の目標として思い描くことができ、己の軸を創ることを大切にしたいという記述が認められた。

すなわち、数学を学ぶ教授・学習過程の本質は、これまでは全く無関係、あるいは対立すると捉えていた事象間に様々な繋がりがあることを自ら発見するという感動体験を繰り返す過程であり、このような共創的教授・学習方法が自己成長をもたらすことが示唆された。

この観点に立って、改めて図1（53頁）と図2（73頁）を見比べてみる。図2の⇒を⇔に置き換えてみると、図1との類似性が見えてくる。その理由は、学びの本質が普遍的な生命現象を基盤とした共創過程に他ならないからである。ここに、「目標はすでに足もとにあった」という道元思想、および「古きを訪ね 新しきを探る」という温故知新に表されている本学建学の精神とのつながりが顕在化するのである。

X. 謝辞

本研究の趣旨を理解した上で、研究にご協力いただいた学生の皆様をはじめ、関係各位に感謝申し上げます。本研究は利益相反の可能性はありません。

オーサーシップについて、M.M. は研究の基礎的データの提供、収集を4月初旬から7月下旬にかけて実施し、要旨・序論・理論・考察について、それぞれ論考の一部をまとめた。T.M. は、基礎データから質的帰納的研究方法を用いた分析を約1ヶ月間実施し、要旨・序論・理論・研究デザイン・研究方法・研究結果・考察について、それぞれ論考をまとめ、すべての表を作成した。最終段階で、両著者による論考の読み合わせ、議論を行い、加筆・修正を全ページにわたって実施した。

表3 統合分析結果

| 統合カテゴリー | 1回目授業 | 2回目授業 | 3回目授業 | 4回目授業 | 5回目授業 |
|---|--|--------------------------------------|--|---|--|
| パラドックスに繋がりを見出す感動体験で得られる新発見 | 無関係と思っていたことに全て繋がりがあるという新しい発見に感動 | パラドックスを図示する過程で得られる発見 | 解ける問題と解けない問題は新たな視点から統一可能 | 数学は未完成な芸術であり生き物であるという面白さ | 棒であっても生命であっても不安定性においては同じメカニズム |
| 物事を多様な視点から捉えることを意識化する重要性を体験 | 一つの視点に囚われず多面的に捉えることを意識化することの重要性 | 見えない部分から物事を見る視点を広げることが幾何学を学ぶ意味 | 幾何学に正解はなく目に見えない物を見る力が大切 | 多視点で考えるという「学びの方向性」への気づき | 固定的な考えを捨て、日常の中に学びを発見 |
| 有限の素材から無限を創発する NECTE 過程は創造過程の可視化 | 不可能を可能にできる過程・3飛躍・1理論を理解する過程で体験する「既知の未知」についての感動 | NECTE 過程と背理法の関係の検討から学びの本質を理解 | 死の受容過程と量的・質的研究過程には NECTE 過程が存在することを確認 既知を用いてわからない問題をわかる体験 | 自己・非自己を同定し NECTE 理論を活用して学ぶことで得られる新発見 自分たちは対象・主体であり、方法を持つので「既知の未知」に気づくことが学び | 自然科学の3つの仮定を理解した上で、人と人との関係に適用 |
| 代数と幾何を組み合わせて自分の思考や学びを視覚化して表現できる数学の魅力 | 自分の考えや学びを3次元に図示できる数学の魅力 | 左脳と右脳を共有させ数学的に絵の特徴を把握 | 2次元のグラフを3次元化して考えるという新しい体験でグラフの可能性が拡大 | 代数学と幾何学を共存させることで光が見え、問題が解ける過程を体験する面白さ ピタゴラスの定理の証明を図式化すると理解しやすくなる面白さを実感 | 代数で考え幾何で検証する面白さ 見る方向によって見え方が急に変化する事象は、学びと同じで3次元数で表現可能 |
| 問題を解く際は部分と全体の関係から様々な視点でイメージ化 | 問題を解く際は部分と全体の関係を重視した上で直観も重視 | 答えがわからない数式は小さな形から解きながら図を用いて答えを予測 | 問題から距離をとることや思考に感情を入れることで問題の見え方が変化 | | |
| グループ学習は意見交換や議論を通して多様な視点を獲得でき、パラダイムシフトや、しっくり感を感じる学びの方法 | 同じテーマで他の人の意見を聞くことができる GW の意義 | グループ討議や発表を通してパラドックスに関する多様な視点の獲得 | 皆で意見を出し合い議論できることでしっくり感のくしっくり感 80 分間で見えていなかった別視点を獲得し頭の中に幾何学的図形をイメージ化 | 多くの人と意見交換課題への取り組みの達成感と楽しさ 自分の存在を環境と捉えて双方向で伝え合う教育の重要性 | グループ学習は自分の意見を崩壊させて作り変える学びの力 各グループが作成したグラフを用いて検証作業ができパラダイムシフトを体験 |
| 失敗経験や終わりから考える学びによる自己成長 | 逆から考えることや失敗から学ぶことの意味 | 失敗経験から学ぶことで未来が進化する自己成長を実感 | ストックディールの逆説を理解した上で教育方法への取り入れ | | 棒を安定に立てるには過去の経験をもとにパラドックス的な見方で不安定性を活用 |
| 同時的理解と逐次的解法を用いて、解ききつかけや知識を得る方法を学ぶ新感覚の教育 | | 数学的帰納法に気持ち悪さを感じた時はそのままにせず自ら検討する姿勢が大切 | 教科書の知識の伝達よりも知識を得る方法を学ぶ重要性 | 物事の判断や嗜癖に影響する内的要因の理解 | |
| 学びは非連続の歴史の世界における奇跡の体験 | 学びは歴史を集約させることという理解 | 学習過程が人類の進化過程と共通していることを意識した学習 | | | |
| 興味深く達成感がある問題や感動体験が個人的成長を促進 | 個人の人生経験や人間としての成長を伝えさせられる授業時間 | 水平思考や垂直思考を駆使した熟考の大切さ | 興味深く達成感がある問題を解くことで味わう感動を伴う面白さ | 与式を解く過程で全くわからない状態からわかる瞬間に気持ちよさを体験 | |
| 奇跡の経験の存在や数学の楽しさを伝える教師像が将来の目標 | 授業を受ける環境が変わると学習行動が変わり成長に影響 | | 奇跡の経験の存在を伝えられる教師像が目標 | 人（初学者）に説明する際には言葉をかみ砕くことや図示することが有効 | |
| グラフの加法・減法を学ぶ過程で抱いた爽快感が学習意欲を促進 | | | グラフの足し算という方法を知りグラフの形がわかったことに感動 | | |

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

| 6回目授業 | 7回目授業 | 8回目授業 | 9回目授業 | 10回目授業 | カテゴリー数 |
|---------------------------------------|--|--|--------------------------------------|--|--------|
| 砂山の問題を生命に結び付けて考えられない一画化した思考 | 有限の世界に無限の可能性が存在することへの驚き | パラダイムシフトと鹿威しの関係についての類似性への気づき | 1つのテーマに対して他のテーマも考えると新しい発見があり学びが深化 | 進化・免疫・病気・老化・認識について今までの学びを絡めて思考 | 10 |
| 絵を逆さまに描くことで固定観念なくモードに入ることや上手に描けることを体験 | サンマと人では異なるため需要と供給の関係についても多様な視点を持つことが重要 | 物事を多様な角度から見ることに伴う幾何学の学びの難しさ | グラフで表すことで目に見えない現象も理解可能 | 安定・不安定、連続・非連続は見る視点で変化 | 10 |
| 他の知識と結びついた実践が学ぶことの意味 | ネガティブ・ケイバリティが新しい発見や問題を解く力を促進 | 有限の素材から無限を創発する過程はNECTE理論の応用 フラクタル構造とNECTE理論の関係性を理解 | パラダイムシフトは認識のイリュージョンに気づききっかけ | 再現性のない現象を再現するカオスをみつけるための素材はこれまで学んだ知識 | 10 |
| 絵を描く過程は創造過程の可視化 | | | | | |
| 代数と幾何を組み合わせることで得られる新しい発見 | 「安定」について、動いている状態を安定と捉えるなど様々な考え方を理解 | ヴィゴツキーの三角形に感じる心地よさを教育に活用 | 安定・不安定とグラフの傾きの関係性を理解 | 病気と免疫の関係性を図示により理解 | 10 |
| パラダイムシフトを体験できなかった原因は固定観念の存在という気づき | | | 安定・不安定とグラフの意味を数式化 | | |
| 一つの問題でも様々な視点でイメージすることが大切 | 全体の中に部分があり、当たり前と新しい世界が創発 | 思考の外の実測値に置き換えることにより制限を得る意味を理解 | 異なる質問における共通点を見つけて数学の問題を解く際に役立つ方法 | 中高では、解を出すという同時的思考のみだったことへの気づき | 8 |
| | | グループ内の意見交換で新しい発見が得られて学びが深化 皆の発表から固定観念を取り払い問題意識を持つことによるパラダイムシフトの体験 問題解決や目標設定をグループで考える発想の重要性 | 実際に手を動かし友人と話し合うことで正解が見えてくる充実した時間を体験 | シンプルな連立方程式から自分の手と頭を使ってカオス状態を初体験 グラフを描き多くの値を入れてみることで可能になる安定・不安定の比較 いつもとは異なるメンバーでのグループ学習の楽しさ | 8 |
| 「否定」から始める消しゴムを用いた絵の描き方 | 鹿威しや砂山モデルは不安定状態が安定に持続することを前提とした生活の知恵 | | | 自分なりの学習方法を身に付け、終わり（目標）から考えて学習内容を理解 | 7 |
| | 解き方を教えるのではなく解くきっかけを教える教育が学びを生み出すことを実感 | 4次関数のグラフを体験という初めての知識をうまく分ることでクリア | 初めてカオスを学び、カオスはカオスのまま捉える必要性を理解 | 同時的理解と逐次的に解を導く力をもつことで体験する新感覚の学び | 7 |
| | 非連続の世界の中に奇跡の体験が循環 | 先人の考え方を学べる環境の中で、学んだことに自分の色を追加 | 動きのない2Dの関数ではなく、動かせる3Dの関数という数学の美しさを体験 | 進化は人間への成長に内包されており樹形図のようなネットワークが存在 | 6 |
| 学んだ知識を応用し、考え続けることが自己成長 | 理解することは異なるものの繋がりや自分自身で経験すること | | | | 6 |
| | 教師は己を知る軸を創ることが大切 | | 数学は物の考え方の視点を提供する上で役立つことを初学者に伝達 | 教科書通りの内容を教えるのではなく数学の楽しさを伝える教師が目標 | 6 |
| | | グラフの足し算・引き算などわからなかった時の爽快感を体験 | グラフで微積の関係やbの値の変化によるつながりやを体験し学習意欲をアップ | | 3 |

【引用・参考文献】

- Bortoft H (1996) *The Wholeness of Nature: Goethe's Way toward a Science of Conscious Participation in Nature*, Lindisfarne Press, New York
- Capra, F. and Luisi, P. L. (2014) "The Systems View of Life - A Unifying Vision" Cambridge University Press, Cambridge
- Hollnagel, Erik (2014) *Safety-I and Safety-II: The Past and Future of Safety Management*, Routledge, Milton Park in England
- Murase, M. (1992) *Dynamics of Cellular Motility*, p.1-357, Wiley, Chichester in England
- ユーリア・エンゲストローム（2018）『拡張的学習の挑戦と可能性—いまだここにはないものを学ぶ』山住勝広訳, 新曜社
- センゲ, P. M. (2011) 『学習する組織—システム思考で未来を創造する』枝廣淳子, 小田理一郎, 中小路佳世子訳, 英治出版
- シャーマー, C. O., カウファー, K. (2015) 『出現する未来から導く—U理論で自己と組織, 社会のシステムを変革する』由佐美加子, 中土井僚訳, 英治出版
- マインツァー, K. (1997) 『複雑系思考』中村量空訳, シェプリング・フェアラーク東京株式会社, 原著1994年
- ポリア, G. (1945) / 柿内賢信 (1954) *いかにして問題をとくか*, 丸善出版, 東京
- セイラー, R., サンスティーン, C. (2017) *NUDGE 実践 行動経済学*, 日経BP
- スタンディング, E. M. (1957) / ルーメル, K. 監修・佐藤幸江訳 (1988) *モンテッソーリの発見—人間らしく育つ権利*, エンデルレ書店, 東京
- ブルーナー, J. S. (1961) / 鈴木祥蔵・佐藤三郎訳 (2014) *教育の過程*, 岩波書店, 東京
- チクセントミハイ, M. (1975) 今村浩明訳 (2007) *楽しみの社会学改題新装版*, 新思索社, 東京
- クーラント, R., ロビンス, H. (1941) / 森口繁一監訳 (1966) *数学とは何か*, 岩波書店, 東京
- デューイ, J. (1915) / 宮原誠一訳 (1987) *学校と社会*, 岩波文庫, 東京
- ドゥアンヌ, S. (2020) / 松浦俊輔訳 (2021) *脳はこうして学ぶ—学習の神経科学と教育の未来*, 森北出版, 東京
- メドウズ, D. H. (2015) 『世界はシステムで動く—いま起きていることの本質をつかむ考

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

え方』枝廣淳子訳、英治出版、原著2008年

- 浅村亮彦（2020）討論と教え合いが学習に及ぼす効果、北海学園大学経営論集, 18(3), 1-9
- 帯木蓬生（2019）ネガティブ・ケイパビリティー - 答えの出ない事態に耐える力, 朝日新聞出版, 東京
- 市丸成人・松本静子編著（1987）モンテッソーリ教育の理論と実践 上巻・下巻, エンデルレ書店, 東京
- 稲葉宏雄（1975）発見学習について, 京都大学教育学部紀要, 21, 10-17
- 板倉聖宣（2011）仮説実験授業のABC - 楽しい授業への招待 第5版, 仮説社, 東京
- 岩田慶治（2001）道元との対話 - 人類学の立場から, 講談社学術文庫, 東京
- 九門大士（2021）NHKラジオ第一放送「三宅民夫のマイあさ！」（2021年8月5日、午前6時40分 - 6時55分）で‘Being（在り方）教育’（すなわち、自分が何者かを知る教育）についてハーバード大学・ビジネススクールのプログラムを例に語っている。
- 川勝平太・鶴見和子（2008）「内発的発展」とは何か - 新しい学問に向けて, 藤原書店, 東京
- 松木邦裕（2022）ネガティブ・ケイパビリティーそして、そこに直観が生まれる, *Journal of Integrated Creative Studies*, 2022-004-a (DOI: 10.14989/278216)
- 水越敏行（1970）アメリカにおける発見学習についての一考察, *教育学研究*, 37(1), 21-31
- 西田幾多郎（1988）論理と生命. 西田幾多郎哲学論集II. 岩波文庫.
- 堺屋太一（2004）『歴史の使い方』講談社
- 田畑八郎（2014）思考力・判断力・表現力を育む「学習スキル」の開発 - 「音楽の構成要素」を知覚・感受する授業実践を通して, *名古屋芸術大学研究紀要*, 35, 207-224
- 谷川幸雄（2002）発見学習の基礎理論と実際, *北海道道井学園大学生涯学習システム学部研究紀要*, 2, 169-185
- 村瀬雅俊（2000）歴史としての生命 - 自己・非自己循環理論の構築, 京都大学学術出版会
- 村瀬雅俊・村瀬智子（2013a）構成的認識論 - 「自己・非自己循環理論」の展開, *Journal of Quality Education*, Vol.5, 29-51
- 村瀬智子・村瀬雅俊（2013b）熟練看護師のライフヒストリーにおける学習意欲を保持

- 中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）
する過程 - 「自己・非自己循環理論」の視点から, Journal of Quality Education,
Vol.5, 53-69
- 村瀬雅俊・村瀬智子（2014a）構造主義再考 - 自己・非自己循環理論の視点から,
Journal of Quality Education Vol.6, 27-49
- 村瀬智子・村瀬雅俊（2014b）教育過程におけるメタ認知的学習の意義 - 教育過程と病
気の回復過程の同型性」 Journal of Quality Education Vol.6, 51-68
- 村瀬雅俊・村瀬智子（2015）芸術と科学の共鳴 - 心の本質と教育の課題, Journal of
Quality Education Vol.7, 1-28
- 村瀬雅俊・村瀬偉紀・村瀬智子（2017）遊びと学びの原点に迫る - 自己・非自己循環理
論の視点から, Journal of Quality Education Vol.8, 23-52
- 村瀬雅俊・村瀬偉紀・村瀬智子（2018）創造性リテラシー - 自己・非自己循環理論の
展開, Journal of Quality Education Vol.9, 53-96
- 村瀬雅俊；山極壽一・西平直編著（2020a）未来創成学の展望 - 逆説・非連続・普遍性
に挑む, ナカニシヤ出版, 1-346頁
- 村瀬雅俊・村瀬智子（2020b）未来共創の哲学 - 大統一生命理論に挑む, 言叢社, 1-385頁
- 村瀬智子・村瀬雅俊（2021a）未来から描くケア共創看護学 - 自然・生命・こころ・技
の循環, 大学教育出版, 1-321頁
- 村瀬雅俊・村瀬智子（2021b）パンデミックと創造性 - 「反知識」に挑む超学際自然学
の展望, Journal of Quality Education Vol.10, 1-22
- 村瀬雅俊・星原庸平・今井 駿（2021c）探究授業への挑戦 - 自己・非自己循環理論の
視点から」 Journal of Quality Education Vol.10, 24-37
- 村瀬雅俊・村瀬智子（2022a）歴史としての生命 増補版 - 自己・非自己循環理論の構築,
ナカニシヤ出版, 1-428頁
- 村瀬雅俊（2022b）京都大学における全学共通科目・大学院横断教育科目 - 創造性を如
何に学び, 如何に伝えるか, Journal of Quality Education Vol. 11, 41-62
- 村瀬雅俊（2022c）立命館大学理工学部・夏期集中講義実践報告 - 学習と脱学習からメ
タ学習に向けて, Journal of Quality Education Vol.11, 63-78
- 村瀬雅俊（2024）自然（じねん）の覚知—生命（いのち）の調和と循環、ナカニシヤ出
版、1-428頁（印刷中）

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質（村瀬・村瀬）

文部科学省 HP：新しい学習指導要領等の在り方について（学校教育法第30条第2項
（2007改正）：[https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/siryo/
attach/1364316.htm](https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/siryo/attach/1364316.htm)

文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会（2020）

https://www.mext.go.jp/content/20201007-mxt_syoto02-000010320_1.pdf

内閣府2022年中間とりまとめ 【「総合知」の基本的考え方及び戦略的に推進する方策】
令和4年3月17日内閣府科学技術・イノベーション推進事務局

「発見的学びの5段階過程」の汎用可能性を展開

・ Murase, Springer-Nature, 2018

In: The Kyoto Manifesto for Global Economics The Platform of Community,
Humanity, and Spirituality, Eds: Stomu, Yamash'ta, Tadashi, Yagi, Stephen Hill
Murase, M. (2018) A Self-Similar Dynamic Systems Perspective of Living Nature: The
Self-nonselself Circulation Principle Beyond Complexity, Springer-Nature, pp 257-283

・ Murase et al., Springer-Nature, 2021

In: Creative Complex Systems, Eds: Kazuo Nishimura, Masatoshi Murase, Kazuyoshi,
Yoshimura

Mezey, P. G. and Murase, M. (2021) Chapter 9: Universality and the Role of Limitations
Influencing Interdisciplinary Scientific and Cultural Advances, Springer-Nature,
pp.121-128

Mezey, P. G. and Murase, M. (2021) Chapter 10: Some Conceptual Principles with
Mathematical Background for Interdisciplinary Developments in the Sciences and
Beyond, Springer-Nature, pp.129-141

Murase, M. and Mezey, P. G. (2021) Chapter 11: The Role of Paradox in the
Development of Interdisciplinary Scientific and Cultural Advances, Springer-
Nature, pp.143-161

Büchi, S. and Murase, M. (2021) Chapter 19: Evolutionary perspective on Suffering:

中等数学教育課程において数学を魅力的に学ぶ発見学習の本質 (村瀬・村瀬)

Murase's "Self-Nonself circulation theory of life" applied to PRISM (Pictorial Representation of Illness and Self Measure), Springer-Nature, pp.311-326

van der Leeuw, S.E. and Murase, M. (2021) Chapter 21: Ignorance, Creation, Destruction, Springer-Nature, pp.351-372

Murase, M., Mori, A. and Murase, T. (2021) Chapter 22: A Unified Theory and Practice of Creative Complex Systems: Challenging to the Systemic Problems Spanning the Inside and Outside World, Springer-Nature, pp.373-424

・ Murase et al., Springer-Nature, 2022

In: The Kyoto Post-COVID Manifesto For Global Economics: Confronting Our Shattered Society, Eds: Stephen Hill, Tadashi Yagi, Stomu Yamash'ta

Murase, M. and Murase, T. (2022) Chapter 10: Transdisciplinary Study of How to Integrate Shattered World: The Self-nonsel self Circulation Principle of "Living" Wholeness, Springer-Nature, pp.169-196

Murase, M. and Murase, T. (2022) Chapter 11: The Self-nonsel self Circulation Principle of "Living" Nature: How to Survive Shattered World, Springer-Nature, pp.197-212

Murase, T. and Murase, M. (2022) Chapter 12: A Case Study of the Self-nonsel self Circulation Principle in Action, Springer-Nature, pp.213-233

The Essence of Discovery Learning for Engaging Mathematics in Secondary
Mathematics Curriculum: A Study Based on the Educational Practice of
Co-creative Teaching and Learning Process

Masatoshi Murase and Tomoko Murase

Abstract

In 2023, a new course in mathematics education was established in the Faculty of Education at Kogakkan University. This study is a qualitative inductive research report that summarizes the teaching and learning process conducted over a four-month period in the elective courses "Basic Geometry (R5)" and "Basic Algebra (R5)" in the secondary mathematics education course. Specifically, the study aimed to clarify the nature of the process of students' own discovery-based learning by structuring a curriculum based on the correlation between mathematics and life phenomena, a correlation that no one had ever thought of. The data for the study were response cards (reflections on classroom learning) submitted at the end of each class session of "Basic Geometry (R5)" and "Basic Algebra (R5)".

The special feature of this study is the promotion of independence, in which the students themselves discover, one by one, that there are various unexpected connections between events that are considered completely unrelated and even mutually antagonistic in conventional mathematics education. This proactive learning, accompanied by emotional experiences, has encouraged students to grow individually and autonomously. In addition, spontaneous teaching and learning processes emerged among different students.

Especially in the second half of the class, group learning, a co-creative dialogue, was effectively used as a pedagogical method to further promote learning motivation. This approach promoted a deepening of learning from learning based on an explanatory method of one-way knowledge transfer of textbook contents to learning based on the discovery of triggers for solving problems and methods of acquiring knowledge, in other words, a new kind of learning called "learning by discovering how to learn". This learning is truly discovery learning in which students learn independently and actively. In addition, students were able to imagine an image of a teacher who can convey the joy and beauty of mathematics as a concrete goal for the future, and their characteristic statement that they want to attach importance to creating their own axis was recognized.

In the future, it is necessary to verify, develop, and extend the contents of this study while continuing to practice teaching using the theory and model of co-creative teaching and learning methods developed in this study.

Keywords : A curriculum of Medium grade mathematics, Heuristics of discovering, co-creative teaching-learning process, basic geometry, basic algebra